УДК 621.385

ОБМЕННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В МАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ

А. М. Савченко
Московский государственный университет, Москва, Россия

Д. В. Креопалов
Московский государственный технический университет, Москва, Россия

В рамках модели обменного взаимодействия вычислены параметры квадрупольного обменного и электрон-фононного взаимодействий. Показано, что магнитная неупорядоченная подсистема играет определяющую роль в формировании эффективного обменного взаимодействия между электронами.

Рассмотрим магнитную систему, в которой магнитные моменты не являются локализованными и распределены хаотично в пространстве. Данная магнитная система формируется спинами нормальных электронов, находящихся в делокализованных (*d, f*) состояниях и взаимодействует с электронами, находящимися в *s*-состояниях, которые определяют высокочастотные и кинетические свойства кристалла. Следовательно, мы будем рассматривать модель, в которой взаимодействующие *s*-электроны обтекают кристаллическую решетку и неупорядоченную систему спинов. Рассмотрим также всевозможные виды взаимодействия электронов с коллективными возбуждениями в таком кристалле.

Для того чтобы записать гамильтониан системы, необходимо правильно задать взаимодействие электронной подсистемы с неупорядоченной магнитной подсистемой. Обычно такое взаимодействие описывается гамильтонианом типа *s-d(f)* обменной модели:

$$H_{s-d(f)} = -\sum_{R_e, r} J\left(R_e, r\right) S_{R_e} \sigma_r, \tag{1}$$

где S_{R_e}, σ_r — операторы спина *d(f)*, *s*-электронов соответственно.

Обменный интеграл $J(R_e, r)$ является случайной функцией координат узлов решетки R_e. Однако основной недостаток такой модели состоит в том, что спины *d(f)*-электронов предполагаются локализованными на узлах. Кроме того, гамильтониан (1) не учитывает реальной группы симметрии системы.

Поскольку магнитная подсистема предполагается неупорядоченной, то, следовательно, ее энергия должна быть инвариантна относительно преобразований группы вращений в спиновом пространстве SO(3). Кроме того, волновые функции s-электронов обладают SU(2)-симметрией, а так как $SO(3) = SU(2)/Z_2$, то это означает, что SU(2)-симметрия является фундаментальной для рассматриваемой нами системы, что необходимо учитывать при построении гамильтониана. Поскольку природа спиновой подсистемы электромагнитная, то ее можно описать с помощью введения эффективного потенциала электромагнитного поля, A_ν^α, который преобразуется как в координатном, так и в спиновом пространстве, где α — пространственный, а ν — спиновой индексы. Тогда для произвольной SU(N)-симметрии можно записать тензор эффективного электромагнитного поля, который будет выглядеть следующим образом:

$$F_{\mu\nu}^\alpha = \nabla_\nu A_\mu^\alpha - \nabla_\mu A_\nu^\alpha + g_1 e^{\alpha\beta\gamma} A_\mu^\beta A_\nu^\gamma, \tag{2}$$

здесь α принимает значения 1, 2, 3,...,*N*; μ, ν – 0, 1, 2, 3;
g_1 — константа связи.

Выражение (2) совпадает с тензором "поля Янга Миллса", впервые введенном в работе [1].

Гамильтониан системы можно представить в следующем виде:

$$H = H_{ee} + H_{ii} + H_{aa} + H_{ei}, \qquad (3)$$

где $H_{ee} = \int dx \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta,\nu,k} \psi^{\alpha+}(x) \hat{D}^{\alpha*}_{\nu k} \hat{D}^{\beta}_{\nu k} \psi^{\beta}(x) +$

$$+\mu \int dx\, dx' \sum_{\alpha,\beta} \psi^{\alpha+}(x)\psi^{\beta+}(x')V(x-x')\psi^{\alpha}(x)\psi^{\beta}(x); \qquad (4)$$

$$H_{ii} = \frac{1}{2}\int dx \Big[\sum_{æ} \frac{Px^2}{\rho x} + \sum_{\alpha,\beta,\nu,\nu',æ,æ'} \Big(\lambda^{\alpha\beta}_{\nu\nu'ææ'} U_{\alpha\nu æ} U_{\beta\nu' æ'} + \mu^{\alpha\beta}_{\nu,\nu',æ,æ'} \Omega^{\alpha}_{\nu æ} \Omega^{\beta}_{\nu' æ'} \ ; \qquad (5)$$

$$H_{aa} = \frac{1}{2}\int dx \sum_{\alpha,\nu} \left[\left(E^{\alpha}_{\nu}\right)^2 + \left(C^{\alpha}_{\nu}\right)^2 \right]; \qquad (6)$$

$$H_{ei} = \int dx g_{ph}(x)\varphi(x) \sum_{\alpha} \psi^{\alpha+}(x)\psi^{\alpha}(x). \qquad (7)$$

В выражениях (4)—(7): $\psi^{\alpha}(x), \psi^{\alpha+}(x)$,

$\hat{D}_{\nu} = \nabla_{\nu} - \frac{i}{2} g_1 \hat{\tau}^{\gamma} \hat{A}^{\gamma}_{\nu}$, $\hat{A}^{\gamma}_{\nu} = A^{\gamma}_{\nu} + g_2/g_1 \Omega^{\gamma}_{\nu}$, $V(x - x')$ — электронные операторы;

$\mu = \pm 1$, $\lambda^{\alpha\beta}_{\nu\nu'ææ'}$, $\mu^{\alpha\beta}_{\nu\nu'ææ'}$ — кулоновский потенциал;

$U_{\alpha\nu æ} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_{\alpha æ}}{\partial x_{\nu}} + \frac{\partial U_{\nu æ}}{\partial x_{\alpha}} \right)$, $\Omega^{\alpha}_{\nu æ} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U^{\alpha}_{æ}}{\partial x_{\nu}} - \frac{\partial U_{\nu æ}}{\partial x^{\alpha}} \right)$ — тензоры упругих констант ;

$E^{\alpha}_{\nu} = F^{\alpha}_{\nu_o}$, $C_{\nu} = \frac{1}{2} e^{\lambda\mu\nu} F^{\alpha}_{\lambda\mu}$ — симметричная и антисимметричная часть тензора деформаций;

$\hat{\tau}^{\gamma}$ — генераторы группы SU(N), для SU(2) τ^{γ} — матрицы Паули.

$Tr\left(\tau^{\alpha}\tau^{\beta}\right) = N\delta_{\alpha\beta}$, $\tau^{\alpha}\tau^{\beta} = \tau_o\delta_{\alpha\beta} + e^{\alpha\beta\gamma}\tau^{\gamma}$;

$g_{ph}(x)\varphi(x)$ — потенциал решетки.

В дальнейшем рассмотрим поля A^{α}_{ν} с произвольной SU(N)-симметрией, в то время как операторы $\psi^{\alpha}(x)$ по-прежнему будут операторами группы SU(2). Тогда полная группа симметрии будет SU(N/2).

Имея выражения (4)—(7), можно выписать уравнения для электронной и фононной функций Грина, а также для оператора $\hat{A}_{\nu} = \left(\hat{\tau}^{\gamma}\hat{A}^{\gamma}_{\nu}\right)$.

Однако поскольку система является сильно неоднородной, то анализ этих уравнений весьма затруднителен и из них можно получить решения только в пределе слабой связи с помощью стандартной теории возмущений. Если рассматривать сильное взаимодействие электронной подсистемы с магнитной подсистемой и кристаллической решеткой, то вышеупомянутый подход оказывается неэффективным, так как малый параметр в данном случае отсутствует.

Поэтому для описания сильных взаимодействий мы используем подход, основанный на представлении рассматриваемой системы как системы "взаимодействующих" контуров, на которых определены операторы $\hat{A}_\nu$, $\hat{\psi}^\alpha$, $\hat{U}_{\alpha\nu\varkappa}$, $\hat{\Omega}_{\gamma\varkappa}$. Они будут зависеть не только от обычных переменных координат и времени, но и от некоторой контурной переменной Γ. Перейдем к их построению. Введем полевой оператор следующего вида [2]:

$$\hat{B}(\Gamma)=\frac{1}{N}\hat{T}e^{\oint_{\Gamma\varkappa} dx_\nu \hat{A}_\nu}$$

$\hat{A}_\nu=\frac{i}{2}g_1\sum_{\gamma=1}^{N^2-1}\left(\tau^\gamma \hat{A}_\nu^\gamma\right)$, $\hat{T}$ — хронологический оператор.

Тогда электронные операторы в контурном представлении будут иметь вид

$$\hat{\psi}^\alpha(x/\Gamma)=\frac{1}{N}\hat{T}e^{\oint_{\Gamma\varkappa} dx_\nu \hat{A}_\nu}\hat{\psi}(x),\quad \hat{\psi}^{\alpha+}(x,\Gamma)=\frac{1}{N}\psi^{\alpha+}(x)\hat{T}e^{\oint_{\Gamma\varkappa} dx_\nu \hat{A}_\nu^+}, \tag{8}$$

и соотношение антикоммутаций для $\hat{\psi}^\alpha(x,\Gamma)\,\hat{\psi}^{\alpha+}(x/\Gamma)$ могут быть легко получены

$$\left\{\hat{\psi}^\alpha(x/\Gamma_x),\hat{\psi}^{\alpha+}(x'/\Gamma_{x'})\right\}=\delta_{\alpha\alpha'}\oint_\Gamma dx'_\nu\delta(x-x')\frac{1}{N^2}\hat{T}e^{\oint_{\Gamma\varkappa\varkappa'} dx_\nu \hat{A}_\nu},$$

$$\left\{\hat{\psi}^\alpha(x/\Gamma_x),\hat{\psi}^{\alpha'}(x'/\Gamma_{x'})\right\}=\left\{\hat{\psi}^{\alpha+}(x/\Gamma_x)\hat{\psi}^{\alpha'+}(x'/\Gamma_{x'})\right\}=0.$$

Учитывая выражения для оператора смещения узла кристаллической решетки через операторы рождения и уничтожения фононов с импульсом q, b_q^+, b_q

$$U_\varkappa^\alpha(x)=\sum_q\frac{e_\varkappa^\alpha}{\sqrt{2\rho_\varkappa\omega_\varkappa(q)}}\left(b_{q_{\varkappa\alpha}}e^{iqx}+b_{q_{\varkappa\alpha}}^+e^{-iqx}\right) \tag{9}$$

можно определить операторы

$$U_{\nu\varkappa}^\alpha(x)=i\sum_q\frac{\left(e_\varkappa^\alpha q_\nu-e_\varkappa^\nu q_\alpha\right)}{\sqrt{2\rho_\varkappa\omega_\varkappa(q)}}\left(b_{q_{\varkappa\alpha}}e^{iqx}-b_{q_{\varkappa\alpha}}^+e^{-iqx}\right), \tag{10}$$

$$\Omega_{\nu\varkappa}^\alpha(x)=i\sum_q\frac{\left(e_\varkappa^\alpha q_\nu-e_{\varkappa\nu}q^\alpha\right)}{\sqrt{2\rho_\varkappa\omega_\varkappa(q)}}\left(b_{q_{\varkappa\alpha}}e^{iqx}-b_{q_{\varkappa\alpha}}^+e^{-iqx}\right). \tag{11}$$

Тогда по аналогии с (8) введем контурные операторы для фононов

$$\hat{b}_{\varkappa\alpha}(x/\Gamma)=\frac{1}{N}\hat{T}\sum_q e^{iqx+\oint_{\Gamma\varkappa}dx_\nu A_\nu}b_{qx_\alpha},\quad \hat{b}_{x_\alpha}^+(x/\Gamma)=\frac{1}{N}\sum_q b_{qx_\alpha}^+e^{-iqx+\oint_{\Gamma\varkappa}dx_\nu\hat{A}_\nu^+}.$$

Соответствующие соотношения коммутаций будут иметь вид:

$$\left[\hat{b}_{\chi\alpha'}(x/\Gamma_x),\hat{b}_{\chi'\alpha'}^+(x'/\Gamma_{x'})\right]=\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\varkappa\varkappa'}\oint_\Gamma dx'_\nu\delta(x-x')\frac{1}{N^2}\hat{T}e^{\oint_{\Gamma xx'} dx'_\nu\hat{A}_\nu}, \tag{12}$$

$$\left[\hat{b}_{\chi\alpha'}(x/\Gamma_x),\hat{b}_{\chi'\alpha'}(x'/\Gamma_{x'})\right]=\left[\hat{b}_{\varkappa\alpha'}^+(x/\Gamma_x),\hat{b}_{\varkappa\alpha'}^+(x'/\Gamma_{x'})\right]=0.$$

Так как фононный оператор коммутирует с оператором поля $\hat{A}_\nu$, то в формулах (12) интеграл $\oint\limits_{\Gamma_{xx'}} dx_\nu \hat{A}_\nu$ распадается на два интеграла — $\oint\limits_{\Gamma_x} dx_\nu \hat{\Omega}_\nu$, $\oint\limits_{\Gamma_x} dx_\nu \hat{\Omega}_\nu$, каждый из которых отличен от нуля, если контуры Γ_x, $\Gamma_{x'}$ — охватывают особенность поля Ω_ν^α (пластическую дисклинацию, см., например, [3], так как $\oint\limits_{\Gamma_x} dx_\nu \Omega_\nu^\alpha$ — есть полный вектор пластического поворота на контуре Γ.

Если в системе отсутствуют крупномасштабные пластические дисклинации, то $\oint\limits_{\Gamma} dx_\nu \Omega_\nu \to 0$, тогда и соотношения коммутаций для фононных операторов упрощаются

$$\left[\hat{b}_{æ\alpha}(x/\Gamma_x), \hat{b}^+_{æ'\alpha'}(x'/\Gamma_{x'})\right] = \delta_{\alpha\alpha'}\delta_{ææ'}\frac{1}{N^2}\hat{\tau}_0 \oint_\Gamma dx'_\nu \delta(x-x'),$$

$$\left[\hat{b}_{æ\alpha}(x/\Gamma_x), \hat{b}_{æ'\alpha'}(x'/\Gamma_{x'})\right] = \left[\hat{b}^+_{æ\alpha}(x/\Gamma_x)\, \hat{b}^+_{\chi'\alpha'}(x'/\Gamma_{x'})\right] = 0 .$$

После того как мы определили соотношения коммутаций для электронных и фононных операторов в контурном представлении, введем "одночастичные" функции Грина для электронов и фононов. В дальнейшем мы будем опускать вниз спиновые индексы электронных операторов.

$$G_{\alpha\beta}(x,\tau / \Gamma / x'\tau') = \langle \hat{T}\Psi_\alpha(x,\tau)\, Tr\hat{B}(\Gamma)\, \psi^+_\beta(x',\tau)\rangle,$$

$$D_{\alpha\beta ææ'}(x,\tau / \Gamma / x'\tau') = \langle \hat{T}\, b_{\alpha æ}(x,\tau)\, Tr\, \hat{B}(\Gamma)\, b^+_{\beta æ'}(x',\tau)\rangle .$$

Здесь $\tau = it$ — мнимое время.

Уравнения движения для функций Грина и для полевого оператора выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial\tau} G_{\alpha\beta}(x,\tau / \Gamma / x'\tau') = \delta_{\alpha\beta} \oint\limits_{\Gamma} dx'_\nu \tilde{\delta}(x-x')\langle Tr\, \hat{B}(\Gamma)\rangle + {}$$
$$+ \langle \hat{T}\left[H_\Gamma \Psi_\alpha(x,\tau)\right]\tilde{T}r\hat{B}(\Gamma)\Psi^+_\beta(x',\tau')\rangle; \tag{13}$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau} D_{\alpha\beta ææ'}(x,\tau / \Gamma / x',\tau') = \delta_{\alpha\beta}\delta_{ææ'} \oint\limits_{\Gamma} dx'_\nu \tilde{\delta}(x-x')\langle TrB(\Gamma)\rangle + {}$$
$$+ \langle \hat{T}\left[H_\Gamma b_{\alpha æ}(x,\tau)\right]\tilde{T}r\hat{B}(\Gamma) b^+_{\beta æ}(x'\tau')\rangle, \tag{14}$$

$$\langle TrD_\mu \hat{F}_{\mu\nu} B(\Gamma)\rangle = \langle Tr\hat{J}(\Gamma)\hat{B}(\Gamma)\rangle . \tag{15}$$

Причем

$$\tilde{\delta}(x-x') = \oint\limits_{\Gamma_{x''\tau''} \in \Gamma_{\tau x \tau'}} dx''_\nu \delta(x-x'')\delta(x''-x') + {}$$
$$+ \langle \delta(x-x')\,\hat{T} \ldots \frac{\partial}{\partial\tau} \overset{\leftrightarrow}{T}r\, A_\nu(x',\tau') \ldots \rangle .$$

В уравнениях (13)—(15) гамильтониан системы записан в контурном представлении и получается из исходного гамильтониана (3) следующим образом. Запишем гамильтониан (3) с учетом формул (9)—(11):

$$H=\int dx\left\{\frac{1}{2}Tr\left[\Psi^+(x)\hat{D}\hat{D}\Psi(x)\right]+\sum_{\alpha æ}e_{æ}^{\alpha^2}b_\alpha^+(x)\hat{\zeta}(x)b_{\alpha æ}(x)+\right.$$

$$+\frac{1}{2}\left[\left(E_\nu^\alpha\right)^2+\left(C_\nu^\alpha\right)^2\right]+\frac{i}{\sqrt{2}}\sum_{\alpha æ}e_{æ}^2\left[g_{ph}^\alpha(x)+h_{ph}^\alpha(x)\right]\hat{\eta}_{æ}(x)\times \tag{16}$$

$$\left.\times\left[b_{\alpha æ}(x)-b_{\alpha æ}^+(x)\right]Tr\left[\hat{\psi}^+(x)\hat{\psi}(x)\right]\right\}+$$

$$+\int dxdx'\left\{Tr\left[\hat{\psi}^+(x)\hat{\psi}(x)\right]\nu(x-x')Tr\left[\hat{\psi}^+(x')\hat{\psi}(x')+J(\Gamma)\right\}.\right.$$

В выражении (16) $\hat{\psi}(x)=\begin{pmatrix}\psi_\uparrow(x)\\ \psi_\downarrow(x)\end{pmatrix}$, $\hat{\psi}^+(x)=\left(\Psi_\uparrow^+(x),\Psi_\downarrow^+(x)\right)$.

$J(\Gamma)$ — неопределенный множитель Лагранжа.

$$\hat{\zeta}_{æ}(x)=\lim_{x\to x'}\sum_{n=0}^{\infty}C_{1/2}^n\left[\hat{l}_{æ}(x,x')-1\right]^n,$$

$$\hat{l}_{æ}(x,x')=\frac{1}{\rho_{æ}}\sum_{\alpha\beta\nu\nu'æ'}\left(\lambda_{\nu\nu'ææ'}^{\alpha\beta}+\mu_{\nu\nu'ææ'}\right)\nabla_\nu\nabla_{\nu'}.$$

Оператор $\hat{\zeta}_{æ}(x)$ удовлетворяет следующему соотношению:

$$\int dx'\delta(x-x')\hat{\zeta}_x(x,x')e^{iq(x-x')}=\left[\frac{1}{\rho_{æ}}\sum_{\alpha\beta\nu\nu'æ'}\left(\lambda_{æ\nu\nu'}^{\alpha\beta}+\mu_{ææ'\nu\nu'}^{\alpha\beta}\right)q_\nu q_{\nu'}\right]^{1/2}=\omega_{æ}(q);$$

$$\eta_{æ}(x)=\lim_{x\to x'}\sum_{n=0}^{\infty}C_{1/2}^n\left[\sum_{n'=0}^{\infty}C_{1/2}^{n'}\left\{\hat{l}_{æ}(x,x')-1\right\}^{n'}\right]^n;$$

$$\int dx'\delta(x-x')\eta_{æ}(x,x')e^{iq(x-x')}=\left[\omega_{æ}(q)\right]^{1/2};$$

$$g_{ph_{æ}}^\alpha+h_{ph_{æ}}^\alpha=\frac{\sum_\nu\left(g_{ph\nu æ}^\alpha+h_{ph\nu æ}^\alpha\right)q_\nu}{\left[\sum_{\alpha\beta\nu\nu'æ'}\left(\lambda_{\nu\nu'ææ'}^{\alpha\beta}+\mu_{\nu\nu'ææ'}^{\alpha\beta}\right)q_\nu q_{\nu'}\right]^{1/2}};$$

$$g_{ph_{æ}}^\alpha(x)=e_{æ}^\alpha U_{1æ}(x),\quad h_{ph_{æ}}^\alpha(x)=e_{æ}^\alpha U_{2æ}(x),$$

$U_{1æ}$, $U_{2æ}$ — потенциалы элементарной ячейки æ-кристаллической решетки, соответствующие деформации и упругому кручению.

В дальнейшем нам будет удобно ввести эффективный параметр электрон-фононной связи $g_{ph}=e_{æ}^\alpha\left(g_{ph_{æ}}^\alpha+h_{ph_{æ}}^\alpha\right)$, который не зависит от номера элементарной ячейки.

В контурном представлении гамильтониан системы будет иметь вид:

$$H_\Gamma=N\int dxdx'Tr\left\{\frac{1}{N}\hat{T}e^{\oint_{\Gamma_{x,x}}dx_\nu\hat{A}_\nu}H\frac{1}{N}\hat{T}e^{\oint_{\Gamma_{x',x'}}dx_\nu\hat{A}_\nu}+J(\Gamma)\hat{B}(\Gamma)\right\}. \tag{17}$$

Подставляя (17) в (13)—(15) и производя расцепление многочастичных средних в правой части уравнений (13)—(15), получим следующие уравнения для функций $G_{\alpha\beta}(x,\tau / \Gamma / x',\tau')$, $D_{\alpha\beta æ'}(x,\tau / \Gamma / x',\tau')$, $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle$

$$\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{\delta}{\delta c_{\tau\tau'}}+\frac{\partial^{(\omega)}}{\partial\tau}\right)G_{\alpha\beta}(x,\tau / \Gamma / x',\tau')-\frac{1}{2}\Big\{\nabla^2_\nu G_{\alpha\beta}(x,\tau / \Gamma / x',\tau')-\\&-\frac{i}{2}g_1\,\nabla_\nu Tr\left[\hat{A}_\nu\hat{G}_{\alpha\beta}(x,\tau / \Gamma / x',\tau')\right]-\frac{i}{2}g_1\,T_r\left[\hat{A}_\nu\nabla_\nu\hat{G}_{\alpha\beta}(x,\tau / \Gamma / x',\tau')\right]+\\&+\left(\frac{i}{2}g_1\right)^2 Tr\left[\hat{A}_\nu\left[\hat{A}_\nu\hat{G}_{\alpha\beta}(x,\tau / \Gamma / x',\tau')\right]\right]\Big\}=\delta_{\alpha\beta}\oint_\Gamma dx'_\nu\delta(x-x')\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle-\\&-\frac{1}{2}N^2 f_1(N)\int dx'' g_{ph}(x)g_{ph}(x'')\sum_{\alpha'}\hat{\eta}(x)\hat{\eta}(x'')\left[D_{\alpha'\alpha'}(x,\tau / \Gamma / x'',\tau'')+\right.\\&\left.+D^*_{\alpha'\alpha'}(x,\tau / \Gamma / x'',\tau'')\right]G_{\alpha\gamma}(x\tau / \Gamma / x''\,\tau'')G_{\alpha\beta}(x'',\tau'' / \Gamma / x',\tau')+\\&+2Nf_2(N)\int dx''V(x-x'')G_{\alpha\gamma}(x,\tau / \Gamma / x'',\tau'')G_{\alpha\beta}(x'',\tau'' / \Gamma / x',\tau');\end{aligned}\right. \tag{18}$$

$$\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{\delta}{\delta c_{\tau\tau'}}+\frac{\partial^{(\omega)}}{\partial\tau}\right)D_{\alpha\beta ææ'}(x\,\tau / \Gamma / x'\,\tau')+e^{u^2}_{æ}\,\hat{\zeta}_{æ}(x)D_{\alpha\beta ææ'}(x\,\tau / \Gamma / x'\,\tau')=\\&=\delta_{\alpha\beta}\delta_{ææ'}\oint_\Gamma dx'_\nu\delta(x-x')\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle-\\&-\frac{1}{2}N^2 f_1(N)\int dx'' g_{ph}(x)g_{ph}(x'')\,\hat{\eta}_{æ}(x)G_{\gamma\delta}(x\,\tau / \Gamma / x''\,\tau'')\times\\&\times G_{\delta\gamma}(x''\tau'' / \Gamma / x'\,\tau')\,\hat{\eta}_{æ'}(x'')D_{\alpha\beta ææ'}(x''\tau'' / \Gamma / x'\,\tau');\end{aligned}\right. \tag{19}$$

$$\left\{\begin{aligned}&\nabla_\mu\frac{\delta}{\delta s_{\mu\nu}}\langle Tr\,\hat{B}(\Gamma)\rangle+\frac{i}{4}g_1\,N^2\lim_{\substack{æ\to æ'\\ \Gamma_{xx''}\to x_{xx'}\\ \varepsilon\to 0}}\frac{1}{2\pi C_{æ-æ(x'')\in x,x'}}\int D\,(x'')(\nabla_{\nu x'}-\nabla_{\nu x})\times\\&\times\sum_{\gamma=1}^{2}G_{\gamma\gamma æ}(x,\tau / \varepsilon_\Gamma / x'\,\tau')e^{S_{x(x'')}dx_\nu\rho_{o\nu}(x)}\Big[\langle Tr\,\hat{B}(\Gamma+\Gamma_{ææ'})-\\&-\langle Tr\hat{B}(\Gamma)Tr\hat{B}(\Gamma_{ææ'})\rangle\Big]=\frac{i}{2}g_1 N^2\oint_\Gamma dx'_\nu\delta(x-x')\Big[\langle Tr\hat{B}(\Gamma_{xx'})\times\\&\times Tr\,\hat{B}(\Gamma_{x'x}))-\frac{1}{N^2}\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle\Big].\end{aligned}\right. \tag{20}$$

В уравнениях (18)—(20) следующие обозначения:

$C_{\tau\tau'}$ — время эволюции системы вдоль линии контура, $\Gamma_{xx'\tau\tau'}$;

τ — время эволюции контура.

$\Gamma_{x,\tau} f_1(N), f_2(N)$ — дискретные функции размерности группы SU(N), обладающие следующими свойствами:

$$f_1(N=1)=f_2(N=1)=1;\; f_1(N\to\infty)\to\frac{1}{N^2};\; f_2(N\to\infty)\to\frac{1}{N},$$

$2i\delta S_{\mu\nu}$ — безразмерное приращение площади контура Γ;

$C_{æ}$ — радиус элементарной ячейки;

$æ(x', \tau'')$ — контурная переменная, определенная на элементарной ячейке с индексом æ.

Рассмотрим взаимодействие пары электронов в данной системе. Они взаимодейсвуют с неупорядоченной спиновой подсистемой и самосогласованно взаимодействуют с кристаллической решеткой и между собой через кулоновское отталкивание. Ориентация их спинов S_i, S_j может быть параллельной или антипараллельной, чему соответствуют антисимметричная или симметричная координатная часть волновой функции. Поскольку система представляет собой совокупность взаимодействующих контуров, то соответствующие волновые функции реализуются в контурном представлении.

$$\Psi_S\left(x_i t / \Gamma / x_j t\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\langle\Psi_i(x_i t) Tr\hat{B}(\Gamma)\Psi_j(x_i t)\rangle + \langle\Psi_j\left(x_j t\right) Tr\hat{B}(\Gamma)\Psi_i(x_i t)\rangle\right)\sigma_S; \quad (21)$$

$$\Psi_a\left(x_i t / \Gamma / x_j t\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\langle\Psi_i(x_i t) Tr\hat{B}(\Gamma)\Psi_j\left(x_j t\right) - \langle\Psi_j(x_i t) Tr\hat{B}(\Gamma)\Psi_i(x_i t)\rangle\right)\sigma_a, \quad (22)$$

где σ_S, σ_a — спиновые волновые функции, описывающие состояние пары электронов с полным спином $S_i + S_j$.

Функции "свободных" электронов $\Psi_i(x_i, t)$ удовлетворяют системе самосогласованных уравнений

$$i\left(\frac{\delta}{\delta C_t} + \frac{\partial^{(\omega)}}{\partial t}\right)\Psi_i(x,t/\Gamma) + \left\{\nabla_\nu^2\Psi_i(x,t/\Gamma) - \frac{i}{2}g_1\nabla_\nu Tr\left(\left[\hat{A}_\nu\hat{\psi}_i(x,t/\Gamma)\right]\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{i}{2}g_1 Tr\left(\left[\hat{A}_\nu\nabla_\nu\Psi_i(x,t/\Gamma) + \left(\frac{i}{2}g_1\right)^2 Tr\left(\left[\hat{A}_\nu\left[\hat{A}_\nu,\hat{\psi}_i(x,t/\Gamma)\right]\right]\right)\right]\right)\right\} =$$

$$= \frac{1}{2\pi C_{æ}}\int\limits_{æ\in x_j t/\varepsilon_j(\Gamma)} dx'' D_{æ}(x''t'') g_{ph}(x) g_{ph}(x'') \langle \times \quad (23)$$

$$\times \langle\varphi(x)\varphi(x'')\Psi_{æ}^+(x''t'')\Psi_{æ}(x''t'')\tilde{T}r\hat{B}(\Gamma)\Psi_i(x,t/\Gamma) -$$

$$- \frac{1}{\pi C_{æ}}\int dx'' D_{æ}(x''t'')\langle\Psi_{æ}^+(x''t'')\Psi_{æ}(x''t'')\tilde{T}r\hat{B}(\Gamma)\Psi_i(x,t)\rangle.$$

Здесь $\varepsilon_j(\Gamma)$ — малый контур, связанный с контуром Γ.

$$\Psi_i(x,t/\Gamma) = \langle Tr\frac{1}{N}\hat{T}e^{\oint_\Gamma dx_\nu\hat{A}_\nu}\Psi_i(x,t)\rangle. \quad (24)$$

Уравнение (23) можно легко замкнуть, если предположить, что i-электрон взаимодействует с конечным числом электронов.

На языке контуров это означает, что внутри петли $\varepsilon_j(\Gamma)$ сосредоточено малое число электронов, взаимодействующее с электроном под номером i. Если внутрь петли $\varepsilon_j(\Gamma)$ попадает только один электрон, то мы имеем систему двух уравнений. Имея выражения (21)—(22), можно, как обычно, построить эффективное кулоновское взаимодействие пары электронов, которое распадается на прямое кулоновское взаимодействие $Q(x_i x_j / \Gamma)$, и так называемое обменное взаимодействие $J(x_i x_j / \Gamma)$.

Средние значения потенциалов $Q(x_i x_j / \Gamma)$ и $J(x_i x_j / \Gamma)$ соответственно равны:

$$\langle Q\left(x_i x_j / \Gamma\right)\rangle = N\int dx_i dx_j \langle \Psi_i^*(x_i)\Psi_j^*\left(x_j\right) \vee \left(x_i - x_j\right)\tilde{T}r\hat{B}(\Gamma)\ \Psi_i(x_i)\Psi_j\left(x_j\right)\rangle, \quad (25)$$

$$\langle J\left(x_i x_j / \Gamma\right)\rangle = N\int dx_i dx_j \langle \Psi_i^*\left(x_j\right)\Psi_j^*(x_i) \vee \left(x_i - x_j\right)\tilde{T}r\hat{B}(\Gamma)\ \Psi_i\left(x_j\right)\Psi_j(x_i)\rangle. \quad (26)$$

Средние выражения (25)—(26) следует понимать как средние хронологические произведения операторных волновых функций (см. (24)). Поскольку система является пространственно неоднородной, то средние значения потенциалов $\langle Q\left(x_i x_j / \Gamma\right)\rangle$ и $\langle J\left(x_i x_j / \Gamma\right)\rangle$ приходятся на выделенную элементарную ячейку с индексом æ. Размер ячейки $l_{æ}$ при этом должен быть много меньше размера характерной неоднородности $l_{æ} / L_{æ} << 1$.

Тогда

$$\langle Q_{æ}\left(x_i x_j / \Gamma\right)\rangle = Nf_2(N)\int dx_i dx_j \Psi_{iæ}^*(x_i)\Psi_{jæ}^*\left(x_j\right) \vee \left(x_i - x_j\right) \times \quad (27)$$
$$\times \Psi_{iæ}(x_i)\Psi_{jæ}\left(x_j\right)\langle Tr\hat{B}\left(\Gamma_{x_i x_i}\right)Tr\hat{B}\left(\Gamma_{x_j x_j}\right)\rangle.$$

Контуры $\Gamma_{x_i x_i}, \Gamma_{x_j x_j}$ непрерывной деформацией могут быть стянуты в точки, тогда выражение (27) с точностью до коэффициента переходит в выражение, впервые полученное Гайтлером и Лондоном [4]. Производя усреднение по конфигурациям ячеек, получим:

$$<< Q_{æ}\left(x_i x_j / \Gamma\right) >> \rho(æ) = Nf_2(N)Q.$$

Выражение для потенциала обменного взаимодействия будет:

$$\langle J_{æ_1 æ_2}\left(x_i x_j / \Gamma\right)\rangle = \left(\frac{1}{N^2 - 1}\right)^2 Nf_2(N)\frac{1}{2\pi C_{æ}^2} \times$$
$$\times \int\limits_{-æ_1 \in x_i, x_j, -æ_2 \in x_i, x_j} D_{æ_1}\left(x_i''\right)D_{æ_2}\left(x_j''\right)dx_i dx_j \times$$
$$\times G_{iiæ_1}^*\left(x_i / x_j\right) \vee \left(x_i - x_j\right)G_{ijæ_2}\left(x_i / x_j\right)e^{\int_{æ_1} dx_\nu \rho_{1o\nu}(æ_1) + \int_{æ_2} dx_\nu \rho_{2o\nu}(æ_2)} \times \quad (28)$$
$$\times \sum_{\alpha_1 \alpha_2 = 1}^{N^{2-1}} \langle Tr\,\tau^{\alpha_1}\hat{B}(\Gamma)\tau^{\alpha_1}\hat{B}(æ_1)\rangle\langle Tr e^{\alpha_2}\hat{B}(\Gamma)\tau^{\alpha_2}\hat{B}(æ_2)\rangle.$$

$$G_{iiæ}^*\left(x_i / x_j\right) = \Psi_{iæ_1}^*(x_i)\Psi_{iæ_1}\left(x_j\right),\ G_{jjæ_2}\left(x_i / x_j\right) = \Psi_{jæ_2}(x_i)\Psi_{jæ_2}^*\left(x_j\right).$$

Из выражения (28) следует, что эффективное обменное взаимодействие уже не определяется парными корреляциями, а формируется более сложным образом. Действительно, можно представить себе, что два связанных в ячейке $æ_1$ контура Γ электрона обмениваются имульсом с парой связанных электронов в ячейке $æ_2$ того же контура. Таким образом, возникает четырехчастичное взаимодействие, при котором электроны взаимодействуют внутри ячеек и между ячейками. Перейдем к вычислению интегралов в (28). Для этого перепишем (28) в более компактной форме

$$\langle J_{\text{æ}\text{æ}^*}(x_l, x_j/\Gamma)\rangle = \left(\frac{1}{N^2-1}\right)^2 N f_2(N) \frac{1}{\left(2\pi C_{\text{æ}}\right)^2} \int\limits_{\text{æ}_1 \in x_l, x_j, -\text{æ}^* \in x_l, x_j} D_{\text{æ}}(x_l'') D_{\text{æ}}^*(x_j'') J_{\text{æ}\text{æ}^*} \times$$

$$\times\, e^{\int\limits_{\text{æ}} dx_\nu \rho_{0\nu}(x) + \int\limits_{\text{æ}^*} dx_\nu \rho_{0\nu}(\text{æ}^*)} \sum_{\alpha_1 \alpha_2 = 1}^{N^2-1} \langle Tr\, \tau^{\alpha_1} \hat{B}(\Gamma) \tau^{\alpha_1} \hat{B}(\text{æ})\rangle \langle Tr\, \tau^{\alpha_2} \times \hat{B}(\Gamma) \tau^{\alpha_2} \hat{B}(\text{æ}^*)\rangle, \quad (29)$$

$$J_{\text{æ}\text{æ}^*} = \int dx_l dx_j G^*_{jl\text{æ}}(x_l / x_j) \vee (x_l - x_j) G_{jj\text{æ}^*}(x_l / x_j).$$

Здесь мы заменили æ_1, æ_2 на æ, æ*, так как только в этом случае импульс получаемой пары электронов, находящихся в данной ячейке æ_2, совпадает с импульсом, испускаемым электронами в ячейке æ_1.

Ячейки æ и æ* отличаются только направлением обхода. В случае, если размер ячейки $l_{\text{æ}}$ много меньше размера контура *Г*, то интервалы в (28) удается вычислить.

Тогда имеем

$$<< J_{\text{æ}\text{æ}^*}(x_l x_j / \Gamma) >>_{\rho(\text{æ})} = \langle J_{\text{æ}\text{æ}^*}\rangle_{\rho(\text{æ})} N f_2(N) \langle Tr \hat{B}(\Gamma)\rangle^2 ch(\pi \ell_{\text{æ}} \rho_{\perp o}),$$

где $\rho_{\perp o}$ — средний импульс, передаваемый между ячейками æ, æ*

$$\rho_{\perp o} \sim \frac{2\pi}{L_{\text{æ}}}, \quad \langle J_{\text{æ}\text{æ}^*}\rangle_{\rho(\text{æ})} \equiv J,$$

$\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle$ следует понимать как среднее по всем конфигурациям и ориентациям контура *Г* в пространстве.

Несмотря на то, что $l_{\text{æ}}/L_{\text{æ}} << 1$, величина $ch\,(\pi l_{\text{æ}} \rho_{\perp o})$ может быть достаточно большой $-ch\,(\pi l_{\text{æ}} \rho_{\perp o}) \le 10$. Функция $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle$ может быть получена из решения полевого уравнения (20) и зависит от среднего размера контура *Г*. Таким образом, выражение (29) можно также понимать как потенциал взаимодействия между электронными парами различных ячеек, т. е. $<< J_{\text{æ}\text{æ}^*}(x_l x_j / \Gamma) >>$ играет роль обменного взаимодействия между ячейками. Это понятие не имеет физического смысла, но его полезно использовать для интерпретации результатов, которые будут в дальнейшем получены.

Если функция $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle$ является осциллирующей в пространстве, это означает, что в системе могут возникнуть кластеры, в которых возникает дальний магнитный порядок, ферромагнитный, если $J < 0$, и антиферромагнитный, если $J > 0$.

Если $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle$ — медленно меняющаяся функции координат, то это означает, что на фоне неупорядоченных спинов может возникнуть длинноволновая магнитная структура с модулированным по величине магнитным моментом.

Так как $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle \le 1$, то при $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle \to 1$ обменное взаимодействие может оказаться существенно выше, чем в обычных магнетиках [5], т. е. обычное обменное взаимодействие может быть усилено дополнительно обменным взаимодействием между ячейками.

При $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle \to 0$ обменное взаимодействие между электронами отсутствует, т. е. они сильно экранированы разупорядоченной системой спинов, и между ними существует только кулоновское отталкивание. В этом случае дальний магнитный порядок будет отсутствовать.

Наряду с обменным взаимодействием в магнетиках существует еще и квадрупольное обменное взаимодействие, которое иногда необходимо учитывать для объяснения свойств магнитных систем, например, для расчета магнитной анизотропии 3d-металлов [6]. В рамках рассматриваемой модели средний потенциал такого взаимодействия имеет следующий вид:

$$
\begin{aligned}
&<< K_{\text{æ}_1\text{æ}_1^*\text{æ}_2\text{æ}_2^*}\left(x_l, x_j / \Gamma / x_k, x_e\right) >>_{\rho(\text{æ})} = \left(\frac{1}{N^{2-1}}\right)^4 N^3 f_4(N) \frac{1}{\left(2\pi\,\text{æ}\right)^4} \times \\
&\times \sum_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4=1}^{N^{2-1}} \langle \int D_{\text{æ}1}(x_l'') D^*_{\text{æ}_1}(x_j'') D_{\text{æ}2}(x_k'') D^*_{\text{æ}_2}(x_e) G^*_{ll\text{æ}_1}\left(x_l / x_j\right) G^*_{kk\text{æ}_2}\left(x_k / x_e\right) \times \qquad (30) \\
&\times \vee\left(x_l x_j, x_k x_e\right) G_{jj\text{æ}_1^*}\left(x_l / x_j\right) G_{ee\text{æ}_2^*}\left(x_k / x_e\right) \langle Tr\tau^{\alpha_1}\hat{B}(\Gamma_1)\tau^{\alpha_1}\hat{B}(x_1)\rangle \times \\
&\times \langle Tr\,\tau^{\alpha_2}\hat{B}(\Gamma_1)\tau^{\alpha_2}\hat{B}\left(\text{æ}_1^*\right)\rangle e^{\int_{\text{æ}_1} dx_\nu \rho_{1o\nu}(x_1) + \int_{\text{æ}_2^*} dx_\nu \rho_{1o\nu}(x_1^*)} \langle Tr\,\tau^{\alpha_3}\hat{B}(\Gamma_2)\tau^{\alpha_3}\hat{B}(x_2)\rangle \times \\
&\times \langle Tr\,\tau^{\alpha_4}\hat{B}(\Gamma_2)\tau^{\alpha_4}\hat{B}\left(\text{æ}_2^*\right)\rangle e^{\int_{\text{æ}_2} dx_\nu \rho_{2o\nu}(x_2) + \int_{\text{æ}_2^*} dx_\nu \rho_{2o\nu}(x_2^*)},
\end{aligned}
$$

$$
f_4(N = 1) = 1,\ f_4(N \to \infty) \to \frac{1}{N^2}.
$$

Производя вычисления интегралов при $l_{\text{æ}}/L_{\text{æ}} << 1$, получим следующее выражение:

$$
<< K_{\text{æ}_1\text{æ}_1^*\text{æ}_2\text{æ}_2^*}\left(x_l x_j / \Gamma / x_k, x_\ell\right) >>_{\rho(\text{æ})} = K N^3 f_4(N) \langle TrB(\Gamma)\rangle^4 ch^2\left(\pi \ell_{\text{æ}} \rho_{\perp o}\right). \qquad (31)
$$

Обычно $K/J << 1$, однако за счет обмена импульсами между ячейками квадрупольное взаимодействие K может быть усилено.

Итак, мы определили параметры обменного и квадрупольного обменного взаимодействий. Если в системе существует дальний магнитный порядок, то свойства системы можно описать с помощью микроскопического гамильтониана, который аналогичен модели Гейзенберга

$$
\begin{aligned}
H = &-\frac{1}{2}\sum_{\text{æ}_1\text{æ}_2} Tr\left[J\left(x_1 - x_2, \Gamma_{\text{æ}_1\text{æ}_2}\right)\left(\hat{S}_{\text{æ}_1}\hat{S}_{\text{æ}_2}\right)\right] - \\
&-\frac{1}{2}\sum_{\text{æ}_1\text{æ}_2} Tr\left[K\left(x_1 - x_2, x_2 - x_1, \Gamma_{\text{æ}_1\text{æ}_2}, \Gamma_{\text{æ}_2\text{æ}_1}\right)\left(\hat{S}_{x_1}\hat{S}_{x_2}\right)^2\right].
\end{aligned}
$$

Причем операторы $\hat{S}_{x_l}$ определены в контурном представлении

$$
\hat{S}_{x_l} = \frac{1}{N}\hat{T}e^{\oint_{\Gamma_{x_l}} dx_\nu \hat{A}_\nu S_{x_l}},
$$

а средние значения обменных интегралов $J\left(x_1 - x_2, \Gamma_{x_1x_2}\right)$ и $K(x_1 - x_2,\ x_2 - x_1,$ $\Gamma_{æ_1æ_2},\ \Gamma_{æ_2æ_1})$ совпадают с выражениями (29) и (31). Их величины определяются функциями $\langle TrB(\Gamma)\rangle^2 ch\left(\pi\ell_{æ}\rho_{\perp o}\right)$ и $\langle Tr\left(B(\Gamma)\right)^4 ch^2\left(\pi\ell_{æ}\rho_{\perp o}\right)\rangle$, т. е. структурой неупорядоченной магнитной подсистемы. Магнитная неупорядоченная система способна усиливать эффективное взаимодействие между S-электронами, что может привести к установлению дальнего магнитного порядка или связанных электронных пар. Из формул (30)—(31) следует, что величина K не зависит от J, т. е. если неупорядоченная магнитная подсистема отсутствует, величины обменного и квадрупольного обменного интегралов не зависят друг от друга. При наличии неупорядоченной системы спинов квадрупольный обменный интеграл зависит от функции, которая определяет величину обменного интеграла $<< J_{ææ^*}\ (x_i,\ x_j\,/\,\Gamma >>_{\rho(æ)}$. Выражение (31) можно переписать следующим образом:

$$<< K_{æ_1æ_1^*æ_2æ_2^*}(x_i,\ x_j\,/\,\Gamma\,/\ x_kx_c)>>_{\rho(æ)} = N\frac{f_4(N)}{f_2^2(N)}K\frac{<< J_{ææ^*}\left(x_ix_j\,/\,\Gamma\right)>>^2\ \rho(æ)}{J^2},$$

а это означает, что при $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle \to 1$ квадрупольное обменное взаимодействие может быть усилено параметром обменного взаимодействия. Это оказывается возможным из-за того, что наличие неупорядоченной спиновой подсистемы приводит к возникновению в системе эффективного электромагнитного поля, которое переводит нормальные S-электроны в связанные пары (возможен и обратный процесс), взаимодействующие между собой с помощью обмена виртуальной квазичастицей с импульсом $\rho_{\perp o}$.

В формировании квадрупольного взаимодействия участвуют четыре электронные пары. Если при взаимодействии электронов отсутствует рассеяние виртуальных квазичастиц, связывающих пары, то перенормирующая функция $\langle Tr\hat{B}(\Gamma)\rangle^2 ch\left(\pi\ell_{æ}\rho_{\perp o}\right)$ в явном виде входит в выражение для квадрупольного обменного взаимодействия, что может привести к его усилению. Математически это означает, что внутри контуров Γ отсутствуют особые точки, в окрестности которых имеет место сингулярность A_ν^α. Если рассматривать электрон-фононное взаимодействие в неупорядоченной магнитной системе, то на основе уравнений (18)—(20) можно вычислить параметр электрон-фононной связи, который будет иметь вид:

$$\langle\lambda_{eph}\rangle_{\rho(æ)} = \lambda_{epho}(N)\langle TrB(\Gamma)\rangle^2 ch\left(\pi\ell\ \rho_{\perp o}\right)$$

или

$$\langle\lambda_{eph}\rangle_{\rho(æ)} = \lambda_{epho}(N)\frac{\langle J_{ææ^*}(\Gamma)\rangle}{J}\rho(æ),$$

т. е. оказывается перенормированным относительным обменным взаимодействием между электронами и может быть им усилен, что приведет к размягчению решетки и к перенормировке частот фононного спектра. Параметр $\lambda_{epho}(N)$ удовлетворяет следующим соотношениям

$$\lambda_{epho}(N = 1) = \lambda_{epho}(N \to \infty) = 3g_{ph}^2.$$

Итак, мы построили теорию обменного взаимодействия электронов в неупорядоченном магнетике и вычислили параметры квадрупольного обменного и электрон-фононного взаимодействий. Расчеты мы провели схематично, опустив детали.

Основная цель состояла в том, чтобы показать, что магнитная неупорядоченная подсистема играет определяющую роль в формировании эффективного обменного взаимодействия между электронами, которое способно усиливать взаимодействия релятивистской природы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yang C. N., Mills R. G.//Phys. Rev. 1954, № 96. P. 191.
2. Mandelstam S.//Phys. Rev. 1968, № 175. P. 1580.
3. Де Вит Р. Континуальная теория дисклинаций.— М.: Мир, 1977.
4. Гайтлер В. Элементарная квантовая механика.— М.: Изд-во иностр. литературы, 1948.
5. Rado G. T., Suhl H. Magnetism, Academic Press.— New York. 1963. P. 27, 28.
6. Van Vleck J. H.//Phys. Rev. 1937, №52, P. 1178.

EXCHANGE INTERACTION IN MAGNETIC SYSTEMS

A. M. Savchenko
Moscow State University, Moscow, Russia

D. V. Kreopalov
Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Within the framework of model of exchange interaction the parameters quadruple exchange and electron-phonon of interaction are calculated. It is shown that the nonregulated magnetic subsystem plays main role in formation of effective exchange interaction between electrons.