

УДК 537.562: 551.510.3/61: 535.325

## Влияние процессов ионизации на распространение частотно-модулированных волновых пакетов в разреженных газах

*Н. С. Захаров, С. В. Холод*

ФГУ "12 Центральный научно-исследовательский институт МО РФ",

г. Сергиев Посад, Московская обл., Россия

E-mail: kholod@spnet.ru

*Получена полуэмпирическая модель расчета распространения частотно-модулированных волновых пакетов светового излучения в слабоионизованной разреженной атмосфере. Показано влияние учета дисперсионных поправок к оптическим свойствам атмосферы на результаты численного моделирования.*

PACS: 51.70.+f, 52.35.-g, 92.60.Ta

### Введение

Большой научный интерес представляют исследования по распространению импульсов квази-когерентного лазерного излучения видимого и ИК-диапазонов ультракороткой длительности на большие расстояния [1], например, для создания новых методик дистанционного зондирования и мониторинга окружающей среды. Наиболее заметной особенностью в этих исследованиях является влияние дисперсионных свойств среды на распространение таких волновых пакетов [2, 3], поэтому адекватный подход к выбору модели среды и учет свойств последней в уравнениях переноса излучения и взаимодействия его со средой позволяют повысить точность как численного моделирования, так и расчетного сопровождения экспериментальных работ.

Средой для проведения подобных исследований служит земная атмосфера (рис. 1), и если в приземном слое свойства ее более изучены и к тому же всегда могут быть непосредственно измерены, то характеристики атмосферы в вертикальном направлении сильно меняются и касательно них существуют зачастую только экстраполяционные данные [4, 5]. К тому же верхние слои атмосферы ионизованы, что не может не сказываться на ее оптических свойствах. Так, на высотах порядка 200—300 км [4] в *F*-слое ионосферы Земли достигается максимальная концентрация электронов ( $\sim 10^6 \text{ см}^{-3}$ ). При этом плотность атмосферы [5] на этих высотах меняется с  $2,5 \cdot 10^{-13}$  до  $1,9 \cdot 10^{-14} \text{ кг/м}^3$ , а концентрация частиц (нейтралов и ионов) — с  $7,9 \cdot 10^9$  до  $7,2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ . Степень ионизации такой газовой плазмы составляет величины  $10^{-3}$ — $10^{-4}$ , много меньшие единицы. Это означает, что релаксация носителей заряда определяется их столкновениями с нейтральными частицами и позволяет

считать атмосферу даже в области максимальной ионизации слабоионизованным разреженным газом.



*Рис. 1. Эксперимент по распространению частотно-модулированного импульса лазерного импульса мощностью 5 ТВт,  $\lambda = 800 \text{ нм}$  в атмосфере. Высота вспышки в области фокусировки 9 км [1]*

### Модель среды

Распространение волнового пакета светового излучения должно учитывать оптические свойства ионизованного газа, связанные с поляризацией как нейтральных молекул, так и плазмы. Рассмотрим совместный учет свойств разреженного газа и его ионизованной компоненты.

Диэлектрическая проницаемость связана с коэффициентом поляризуемости (диэлектрической

восприимчивостью) [6] как  $\varepsilon = 1 + 4\pi\chi$ . Коэффициент поляризуемости же, в свою очередь, является аддитивной величиной, и  $\chi = \chi_{atm} + \chi_{pl}$ .

Таким образом, зная восприимчивости неионизованной атмосферы и разреженной плазмы, можно определить дисперсионное уравнение реальной среды. Наиболее точно дисперсионное уравнение для ионизованной компоненты, представляющей собой плазму с конечной проводимостью, может быть записано как [7]:

$$\varepsilon_{pl} = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \frac{\omega_{pl}^4 n_0^2 + i\omega_{pl}^2 n_0^4 \omega \nu}{\omega_{pl}^4 + n_0^4 \omega^2 \nu^2} = 1 + 4\pi\chi_{pl}, \quad (1)$$

где  $\nu$  — эффективная частота столкновений электронов [4, 8];

$n_0$  — показатель преломления плазмы без поправки на затухание.

В связи с тем, что характерные времена релаксации электронов на нейтральных атомах в разреженных газах много больше длительности волновых оптических пакетов, особенно в области максимальной дисперсионной фокусировки, а оптические частоты, в свою очередь, много больше плазменной частоты, то можно уравнение (1) записать как

$$\varepsilon_{pl} = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega(\omega + i\nu)} = 1 - \frac{4\pi N_e e^2}{m_e \omega(\omega + i\nu)} = 1 + 4\pi\chi_{pl}, \quad (2)$$

где  $N_e$ ,  $e$ ,  $m_e$  — концентрация, заряд и масса электрона, соответственно.

Химический состав атмосферы достаточно стабилен вплоть до высоты 95 км, и лишь выше начинает существенно меняться. Основным процессом, под влиянием которого происходит это изменение, является диссоциация молекулярного кислорода под действием солнечной радиации с образованием атомарного кислорода. Кроме того, имеет место гравитационное разделение газов [9], в результате чего молярная масса воздуха уменьшается с высотой приблизительно как 0,0151 г/(моль·км) [5].

В связи с тем, что основные компоненты верхних слоев атмосферы ( $N_2$ ,  $O_2$ ,  $O$ ,  $Ar$ ) являются либо атомами, либо неполярными молекулами, для вычислений оптических характеристик можно воспользоваться формулой Лоренц-Лоренца, являющейся для видимого света частным случаем формулы Клаузиуса—Моссотти [10]

$$\frac{n_{atm}^2 - 1}{n_{atm}^2 + 2} = \frac{\varepsilon_{atm} - 1}{\varepsilon_{atm} + 2} = \frac{4}{3} \pi \sum_i N_i \alpha_i, \quad (3)$$

где  $N_i$  и  $\alpha_i$  — концентрация и поляризуемость молекул  $i$ -го компонента воздуха, соответственно.

Для газов, тем более разреженных, диэлектрическая проницаемость близка к 1, и формулу (3) можно записать как

$$\chi_{atm} = \frac{\varepsilon_{atm} - 1}{4\pi} = \sum_i \chi_i = \sum_i N_i \alpha_i.$$

Концентрации компонентов воздуха могут быть определены либо в ходе прямых высотных метеорологических измерений, либо через парциальные давления и температуру, поэтому имеем

$$\chi_{atm} = \sum_i \chi_i = \sum_i \frac{P_i}{kT} \alpha_i. \quad (4)$$

Показатель преломления газа в оптическом, ИК- и УФ-диапазонах довольно точно может быть описан формулой Коши

$$n \approx A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} = A + \frac{B\omega^2}{4\pi^2 c^2} + \frac{C\omega^4}{16\pi^4 c^4}, \quad (5)$$

где  $\lambda$  — длина волны в вакууме;

$A$ ,  $B$ ,  $C$  — константы, определенные для конкретных значений давления и температуры, например, при нормальных условиях (НУ) как для воздуха, так и для газов, его составляющих [11—13].

Зная  $A_0$ ,  $B_0$  и  $C_0$ , для каждого газа при НУ по формулам (4), (5) и  $4\pi\chi = n^2 - 1$  можно определить поляризуемость молекул  $\alpha_i$ , зависящую от частоты колебаний электромагнитного поля:

$$\alpha_i(\omega) = \chi_i(\omega) \frac{kT}{p_i} = \frac{(n_{0i}^2(\omega) - 1)}{4\pi} \frac{kT_0}{p_0} \approx \frac{1}{4\pi} \frac{kT_0}{p_0} \times \left[ (A_{0i}^2 - 1) + \frac{B_{0i}\omega^2}{2\pi^2 c^2} + \frac{(2A_{0i}C_{0i} + B_{0i}^2)\omega^4}{16\pi^4 c^4} \right], \quad (6)$$

где  $p_0$ ,  $T_0$  — давление и температура при НУ, соответственно.

С учетом (6) дисперсионное уравнение для неионизованной компоненты атмосферы, представляющей собой смесь газов, может быть записано как

$$\varepsilon_{atm} = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 + \sum_i \frac{p_i T_0}{p_0 T} \times \left[ (A_{0i}^2 - 1) + \frac{B_{0i}\omega^2}{2\pi^2 c^2} + \frac{(2A_{0i}C_{0i} + B_{0i}^2)\omega^4}{16\pi^4 c^4} \right] = 1 + 4\pi\chi_{atm}. \quad (7)$$

Таким образом, из формул (2) и (7) можно записать дисперсионное уравнение для слабоионизованного разреженного воздуха в виде

$$c^2 k^2 = \omega^2 \left\{ 1 + \sum_i \frac{P_i T_0}{p_0 T} \times \left[ \left( A_{0i}^2 - 1 \right) + \frac{B_{0i} \omega^2}{2\pi^2 c^2} + \frac{\left( 2A_{0i} C_{0i} + B_{0i}^2 \right) \omega^4}{16\pi^4 c^4} \right] - \frac{4\pi N_e e^2}{m_e \omega (\omega + i\nu)} \right\}. \quad (8)$$

Согласно теории линейных волн [14] спектр собственных частот среды с дисперсионным уравнением (8) не может быть отнесен ни к акустическому, ни к оптическому типу.

### Модель распространения волнового пакета светового излучения

Для описания процесса распространения волнового пакета в среде с кубической нелинейностью используется уравнение комплексной огибающей электрического поля [15]

$$2ik \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \right) E = \nabla_{\perp}^2 E - k k_{\omega}'' \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + 2k^2 \Delta n E - ik \left( \alpha^{N_2} + \alpha^{O_2} \right) E, \quad (9)$$

где  $u$  — групповая скорость;  
 $k = 2\pi/\lambda_0$  — волновое число, соответствующее несущей длине волны  $\lambda_0$ ;  
 $k_{\omega}''$  — коэффициент дисперсии групповой скорости.

Поправка к показателю преломления  $\Delta n$  состоит из трех частей:

$$\Delta n = \frac{n_2}{2} \left( (1 - \theta) |E|^2 + \theta \int_{-\infty}^t R(t-t') |E(t')|^2 dt' \right) - \frac{2\pi e^2 N_e}{m_e \omega^2} + \Delta n_{turb}, \quad (10)$$

связанных с керровской нелинейностью среды, вкладом плазмы и турбулентностью среды.

В первом члене (10)  $n_2$  — коэффициент керровской нелинейности среды;  $R(t)$  — функция молекулярного отклика, определяемая через характеристическое время  $\Gamma^{-1}$  и частоту  $\Omega$  как

$$R(t) = \frac{\Lambda^2}{\Omega} \exp(-\Gamma t) \sin \Omega t,$$

где  $\Lambda^2 = \Omega^2 + \Gamma^2$  [15].

Во втором члене (10) концентрация электронов в разреженном газе  $N_e$  — сумма концентраций электронов, как связанных с имеющейся ионизацией газа, так и образовавшихся за счет ионизации молекул кислорода  $N_e^{O_2}$  и азота  $N_e^{N_2}$  уже за счет воздействия электромагнитной волны:

$$N_e = N_e^{O_2} + N_e^{N_2}.$$

Процесс многофотонного поглощения в воздухе может быть описан как

$$\alpha^{O_2} = \frac{m^{O_2} \hbar \omega}{I} \frac{\partial N_e^{O_2}}{\partial t}, \quad \alpha^{N_2} = \frac{m^{N_2} \hbar \omega}{I} \frac{\partial N_e^{N_2}}{\partial t},$$

где  $m^{O_2}$  и  $m^{N_2}$  — параметры, определяющие число фотонов, необходимых для ионизации молекул кислорода  $O_2$  и азота  $N_2$ ;

$I = c |E|^2 / 8\pi$  — интенсивность излучения.

Концентрации свободных электронов  $N_e^{O_2}(x, y, z, \tau)$  и  $N_e^{N_2}(x, y, z, \tau)$  рассчитываются в соответствии с кинетическими уравнениями для многофотонной ионизации молекул кислорода и азота, соответственно:

$$\frac{\partial N_e^{O_2}}{\partial t} = P^{O_2}(I) (N_a^{O_2} - N_e^{O_2}),$$

$$\frac{\partial N_e^{N_2}}{\partial t} = P^{N_2}(I) (N_a^{N_2} - N_e^{N_2}),$$

где  $P^{O_2}$  и  $P^{N_2}$  — вероятности ионизации, которые определяются в соответствии с моделью Переломова—Попова—Терентьева [17] и экспериментальными результатами [18];

$N_a^{O_2}$  и  $N_a^{N_2}$  — концентрации нейтральных молекул кислорода и азота в воздухе.

В третьем члене (10) учитываются турбулентные флуктуации показателя преломления  $\Delta n_{turb}$  в соответствии с моделью фазовых экранов и классическая модель атмосферной турбулентности с модифицированным спектром Кармана пространственных флуктуаций [19]:

$$F_n(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z) = 0,033 C_n^2 \left( \kappa^2 + \kappa_0^2 \right)^{-11/6} \times \exp\left( -\kappa^2 / \kappa_m^2 \right),$$

где  $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$  — пространственные частоты, соответствующие координатам  $x, y, z$ ;

$$\kappa^2 = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2};$$

$$\kappa_0 = 2\pi/L_0;$$

$$\kappa_m = 5,92/l_0;$$

$L_0, l_0$  — внешний и внутренний масштабы атмосферной турбулентности;

$C_n^2$  — структурная характеристика атмосферной турбулентности, которая для большого диапазона высот может быть найдена из модельного профиля Хуфнагеля [20].

### Анализ модели

Дисперсионная сходимость определяется в первую очередь дисперсией групповой скорости  $k''_{\omega}$ , и в условиях  $F$ -слоя ионосферы Земли появляется взаимная компенсация дисперсий (рис. 2).

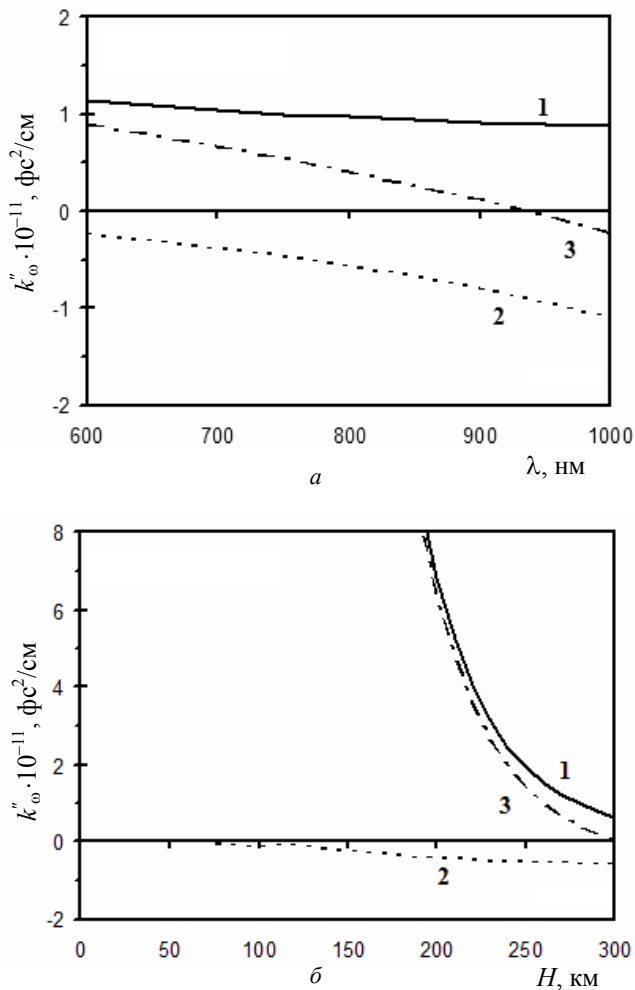


Рис. 2. Зависимость дисперсии групповой скорости:

$a$  — от длины волны излучения: на высоте 280 км в атмосфере без учета ионизации (1), в ионизованном воздухе без учета дисперсии нейтральной атмосферы (2), в реальной атмосфере (3);  $b$  — от высоты для излучения с  $\lambda = 800$  нм: в атмосфере без учета ионизации (1), в ионизованном воздухе без учета дисперсии нейтральной атмосферы (2), в реальной атмосфере (3)

Видно, что чем выше концентрация электронов и чем больше длина волны, тем при меньшей высоте наблюдается смена знака дисперсии групповой скорости. При наступлении компенсации длительность гауссовского импульса в соответствии

со вторым приближением теории дисперсии перестает изменяться, и для учета дисперсионного расплывания необходимо исходить из более высокого (третьего) приближения теории дисперсии, где вместо оператора  $i \frac{k''_{\omega}}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$  необходимо использовать

$-\frac{k'''_{\omega}}{6} \frac{\partial^3}{\partial t^3}$ , где  $k'''_{\omega} = \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3}$ . Это свидетельствует о том, что для адекватного решения процессов переноса уравнение (9) следует записывать в виде

$$2ik \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \right) E = \nabla_{\perp}^2 E - k k''_{\omega} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - ik \frac{k'''_{\omega}}{3} \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} + 2k^2 \Delta n E - ik (\alpha^{N_2} + \alpha^{O_2}) E.$$

На основе величин  $k''_{\omega}$  может быть найдена величина дисперсионного расплывания волновых пакетов  $L_{disp}$  (дисперсионная длина) для разных длительностей волновых пакетов, обратно пропорциональная дисперсии групповой скорости (рис. 3). С увеличением высоты дисперсионная длина сильно увеличивается и при достижении компенсации обращается в бесконечность.

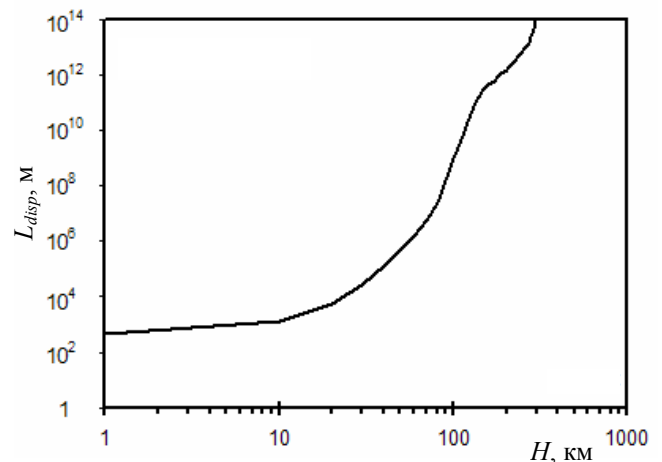


Рис. 3. Зависимость дисперсионной длины от высоты в атмосфере при длительности немодулированного импульса лазерного излучения 100 фс

Частотно-модулированный волновой пакет с отрицательной скоростью изменения частоты в импульсе  $\partial \omega / \partial t < 0$  (отрицательным чирпом) в среде с  $k''_{\omega} > 0$  испытывает как дисперсионное сжатие, так и самофокусировку за счет керровской нелинейности среды, однако при численном определении области фокуса возникают следующие сложности:

- при фокусировке за счет увеличения напряженности поля и соответственно скорости ионизации увеличивается плотность свободных носителей

лей зарядов, что уменьшает и без того малую в разреженном газе дисперсию групповой скорости и тем самым отдаляет область фокусировки;

- если чирп волнового пакета сохранит свой отрицательный знак при входе в область с  $k''_{\omega} \approx 0$ , то далее этот волновой пакет будет не сжиматься во времени, а расплываться, так как выше области  $k''_{\omega} \approx 0$  лежит область, где основной вклад в оптические свойства среды оказывает ионизованная компонента, и  $k''_{\omega} > 0$ . Поэтому минимальной будет длительность в области с  $k''_{\omega} \approx 0$ .

Аналогично сложится ситуация, когда волновой пакет будет подходить извне ионосферы, например при дистанционном космическом зондировании. Только чирп исходного импульса при этом должен быть положителен, а фокусировка может быть достижима лишь выше области с  $k''_{\omega} \approx 0$ .

### Заключение

Выполненные расчеты распространения частотно-модулированных волновых пакетов оптического диапазона в атмосфере Земли показывают, что дисперсия слабоионизованной сильно разреженной атмосферы оказывает сильное влияние на фокусировку световых импульсов. Учет как дисперсии разреженного газа, так и дисперсии на его ионизованной компоненте позволяет значительно повысить достоверность как численного моделирования, так и расчетного сопровождения экспериментальных работ.

На основе разработанной модели среды и выполненных расчетов можно сделать вывод о невозможности достижения максимального дисперсионного сжатия частотно-модулированного волнового пакета лазерного излучения при распространении в атмосфере Земли, в условиях пересечения при своем распространении области с нулевой дисперсией групповой скорости.

### Литература

1. Kasparian J., Rodrigues M., Mejean G., Yu J., Salmon E., Wille H., Bourayou R., Frey S., Andre Y.-B., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wolf J.-P., Wöste L // Science, 2003. V. 301. P. 61.
2. Ахманов С. А., Выслух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. — М.: Наука, 1988.
3. Захаров Н. С., Холод С. В. // Прикладная физика. 2005. № 6. С. 80.
4. ГОСТ 25645.146—89. Ионосфера Земли. Модель глобального распределения концентрации, температуры и эффективной частоты соударений электронов. — М.: Изд-во стандартов, 1989.
5. ГОСТ 4401—81. Атмосфера стандартная. Параметры. — М.: Изд-во стандартов, 1981.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1992. — 664 с.
7. Франк-Каменецкий Д. А. Лекции по физике плазмы. — М.: Атомиздат, 1988. — 288 с.
8. Справочная модель распределения концентрации, температуры и эффективной частоты соударений электронов в ионосфере на высотах ниже 200 км/Под ред. Ю. К. Часовитина. — Обнинск, 1983. — 133 с.
9. Матвеев Л. Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. — Л.: Гидрометеорологическое изд-во, 1965. — 876 с.
10. Волькенштейн М. В. Молекулярная оптика. — М.: ГИТТИ, 1951. — 744 с.
11. Аллен К. У. Астрофизические величины. — М.: Мир, 1977. — 448 с.
12. Allen's astrophysical quantities, 4th ed./Edited by Arthur N. Cox. — New York: AIP Press; Springer, 2000.
13. Бабичев А. П., Бабушкина Н. А., Братковский А. М. и др. Физические величины: Справочник/Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 1232 с.
14. Кузевел М. В., Рухадзе А. А. Методы теории волн в средах с дисперсией. — М.: Наука, 2007. — 272 с.
15. Балаиов А. Д., Перамент А. Х. Особенности распространения фемтосекундного импульса в воздухе// Квантовая электроника. 2006. Т. 36. № 9. С. 825.
16. Ripoche J.-F., Grillon G., Prade B., Franco M., Nibbering E., Lange R., Mysyrowicz A. // Opt. Commun. 1997. No. 135. P. 310.
17. Переломов А. М., Попов В. С., Терентьев М. В. // ЖТЭФ. 1966. Т. 50. С. 1393.
18. Talebpour A., Yang J., Chin S. L. // Opt. Commun. 1999. V. 163. P. 29.
19. Зуев В. Е., Банах В. А., Покасов В. В. Оптика турбулентной атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1988. — 270 с.
20. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. В 2 т. — М.: Мир, 1981. Т. 2. — 320 с.

Статья поступила в редакцию 22 января 2009 г.

## Influence of the processes of ionization on frequency modulated wave packets propagation in the rarefied gases

N. S. Zakharov, S. V. Kholod

12 Central Scientific Research Institute Sergiev Posad, Moscow Region, Russia

E-mail: kholod@spnet.ru

*The semi-empirical model of the calculation of frequency modulated optical wave packets propagation in the weakly ionized rarefied atmosphere is obtained. The influence of the calculation of dispersion corrections to the optical properties of the atmosphere for the results of the numerical simulation is shown.*

PACS: 51.70.+f, 52.35.-g, 92.60.Ta