

# Физика плазмы и плазменные технологии

УДК 533.9

## Об аналогии устойчивости тангенциальных разрывов в гидродинамике и бесстолкновительной неизотермической плазме

*В. Г. Кирцхалия, И. М. Минаев, А. А. Рухадзе, М. В. Чоговадзе*  
Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Москва, Россия  
E-mail: rukh@fpl.gpi.ru

*Показана аналогия между теорией устойчивости тангенциальных разрывов в идеальной жидкости в обычной гидродинамике и бесстолкновительной неизотермической плазме с  $T_e \gg T_i$ . Отличие связано с особенностью дисперсии ионно-звуковых волн в неизотермической плазме в области коротких длин волн, в которой существенным становится нарушение квазинейтральности плазмы и дисперсионная кривая стремится к ионной ленгмюровской частоте.*

PACS: 52.35.-q

### Введение

В данной работе показана аналогия между теорией устойчивости тангенциальных разрывов в идеальной жидкости и бесстолкновительной неизотермической плазме. Естественно, оказалось необходимым критически проанализировать основные положения соответствующей теории в обычной гидродинамике.

### Основные положения теории устойчивости тангенциального разрыва в гидродинамике для несжимаемого газа

При рассмотрении основных положений теории устойчивости тангенциального разрыва в гидродинамике мы следуем теории, изложенной в монографии [1], и уточнениям, сделанным в работах [2—4].

Начнем анализ задачи устойчивости тангенциального разрыва со случая несжимаемой жидкости. Постановка и решение этой задачи принадлежат Г. Гельмгольцу (1868 г.) и У. Кельвину (1871 г.), и поэтому открытая ими неустойчивость была названа "неустойчивость Кельвина—Гельмгольца".

Уравнения гидродинамики для несжимаемого газа записываются в виде [1]

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{u}$  — скорость течения;

$\rho$  — плотность (постоянная в пределе несжимаемого газа);

$p$  — давление газа.

Будем считать, что жидкость в области  $z > 0$  движется с постоянной скоростью  $\mathbf{v}_0$ , а при  $z < 0$  покоится. Для простоты полагаем, что жидкость находится в одном и том же состоянии. Такое течение жидкости — обдувание покоящейся части в области  $z < 0$  потоком со скоростью  $\mathbf{v}_0$  является в силовом отношении равновесной (равенство давлений по обеим сторонам разрыва скорости, т. е. при  $z = 0$ ).

Рассмотрим малое отклонение от равновесия

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1, \quad p = p_0 + p_1, \quad \rho = \text{const}. \quad (2)$$

С учетом (2) из линеаризованной системы (1) получаем

$$\Delta p_1 = 0. \quad (3)$$

Дополняем это уравнение, справедливое по обе стороны разрыва, граничными условиями, которые следуют из системы (1), т. е.

$$\{p_1\}_z = 0, \quad \left\{ \frac{\partial p_1 / \partial z}{\omega - k_x v_0} \right\}_{z=0} = 0, \quad (4)$$

где фигурные скобки  $\{A\}_{z=0}$  означают скачок заключенной в них величины  $A$  при  $z = 0$ .

При выводе условий (4) считалось, что возмущение давления  $p_1$ , удовлетворяющее уравнению (3), можно представить в виде

$$p_1 = \exp(-i\omega t + i k_x x) \exp \begin{cases} c_1 \exp(-k_x z) & \text{при } z > 0 \\ c_2 \exp(k_x z) & \text{при } z < 0, \end{cases} \quad (5)$$

причем  $\mathbf{v}_0 > 0$  при  $z > 0$  и  $\mathbf{v}_0 = 0$  — при  $z < 0$ .

Подставляя решение (5) в граничные условия (4), после несложных выкладок получаем дисперсионное уравнение, определяющее спектр собственных значений задачи малых колебаний

$$\frac{1}{(\omega - k_x v_0)^2} + \frac{1}{\omega^2} = 0. \quad (6)$$

Отсюда находим

$$\omega = \frac{1+i}{2} k_x v_0. \quad (7)$$

Одно из решений уравнения (7) имеет  $\text{Im } \omega > 0$ , соответствующие колебаниям с нарастающей во времени амплитудой, т. е. неустойчивости, причем инкремент нарастания

$$\text{Im } \omega = \frac{k_x v_0}{2} \quad (8)$$

растет с ростом скорости разрыва  $v_0$ : чем короче длина волны возмущений (т. е. чем больше волновое число  $k_x$ ), тем больше инкремент (8).

### Тангенциальный разрыв в сжимаемом газе

Перейдем к анализу неустойчивости тангенциального разрыва в сжимаемом газе. С ростом скорости разрыва при скоростях  $v_0$ , сравнимых со скоростью звука  $v_s$ , в жидкости приближение несжимаемости нарушается. На необходимость учета сжимаемости жидкости при больших скоростях разрыва впервые обратил внимание Л. Д. Ландау (1944 г.) [1, зад. 1].

Уравнения для возмущения движения в сжимаемой жидкости записываются в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\text{div}(\rho_0 v_1 + \rho_0 v_0); \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} &= -\frac{\nabla p_1}{\rho_0}, \quad p_1 = v_s^2 \rho_1; \\ \Delta p_1 &= \frac{1}{v_s^2} \left[ \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + 2v_0 \frac{\partial^2 p_1}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Следуя данным работы [1], решения системы (1) ищем в виде поверхностной волны, бегущей вдоль скорости и затухающей по обе стороны поверхности разрыва, т. е.

$$p_1 = \exp[i(k_x x - \omega t)] \begin{cases} c_1 \exp(-\chi_1 z) - z > 0 \\ c_2 \exp(\chi_2 z) - z < 0, \end{cases} \quad (10)$$

причем в (10) считается, что  $\text{Re } \chi_{1,2} > 0$ . В [1, §4, зад. 1 и 2] рассмотрен случай распространения поверхностных волн под произвольным углом к ско-

рости течения. Нами рассматриваются только одномерные возмущения, распространяющиеся вдоль разрыва. Однако все формулы (5)—(7) при этом сохраняются, если под  $v_0$  понимать  $v_0 \cos \theta$ , где  $\theta$  — угол между поверхностью жидкости и направлением распространения волны.

Граничные условия на поверхности разрыва при  $z = 0$  получаются из самих уравнений (9) и здесь также имеют вид (4). Решение системы (9) с учетом условий (4) сводится к следующему дисперсионному уравнению [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\chi_1}{(\omega - k_x v_0)^2} &= -\frac{\chi_2}{\omega^2}; \\ \chi_1^2 &\equiv k_x^2 - \frac{(\omega - k v_0)^2}{v_s^2}; \\ \chi_2^2 &\equiv k_x^2 - \frac{\omega^2}{v_s^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

В пределе  $v_s \rightarrow \infty$  (несжимаемая жидкость) уравнение (11) переходит в уравнение, исследованное в [1]. Обратим внимание на то, что уравнение (11) является уравнением для поверхностной волны, для которой должны удовлетворяться условия

$$\text{Re } \chi_{1,2} > 0. \quad (12)$$

Именно это обстоятельство не было учтено Л. Д. Ландау, что сохранилось и в [1], когда он выписал общее решение (11) в виде

$$\omega = \frac{k}{2} \left[ v_0 \pm i \sqrt{4v_s^2 (v_s^2 + v_0^2)^{1/2} b - v_0^2 - 4v_s^2} \right]. \quad (13)$$

Согласно решению (13) инкремент неустойчивости растет с увеличением  $v_0$ , достигает максимума при  $v_0 = \sqrt{3} v_0$

$$\text{Im } \omega_{\max} = \frac{k_x v_s}{2} = \frac{k_x v_0}{2\sqrt{3}} \quad (14)$$

и дальше падает с ростом  $v_0$ , обращаясь в нуль при

$$v_{0c} = 2\sqrt{2} v_0, \quad (15)$$

где  $v_{0c}$  — критическая скорость.

Однако такой анализ неточен, поскольку не учитывает условий (12), которые определяют область применимости уравнения (14). Действительно, при  $v = v_{0c}$  частота действительна и равна  $\omega = \sqrt{2} v_s$ , поэтому  $\chi_{1,2}^2 = -k_x^2 < 0$ , что противоречит (12).

Таким образом, вывод о стабилизации неустойчивости разрыва при скорости, превышающей критическую (15), неверен.

Для определения границы неустойчивости в соотношении (14) следует подставить решение (13) и выполнить условия (12). Простой анализ дает новую границу неустойчивости, а именно

$$v_0 < 2,2v_s, \quad (16)$$

причем на верхнем краю этой области

$$\text{Im } \omega \approx 0,4kv_s. \quad (17)$$

На отмеченную выше неприменимость уравнения (14) при скоростях  $v_0 < 2,2v_s$  впервые было обращено внимание в работе [2], которая, однако, осталась незамеченной, поэтому задача вновь подробно была проанализирована в работе [3]. К сожалению, простой анализ, проведенный в работах [2, 3], оказался неверным; строгое решение задачи, на которое нам указал С. Ф. Гаранин, подтвердил правильность результата (5).

При больших сверхзвуковых разрывах следует обратить внимание на возможность развития еще одного типа неустойчивости, а именно на вынужденное черенковское излучение поверхностью разрыва звуковых колебаний в покоящейся жидкости. Собственно это следует уже из работы [1, §84, зад. 2], где решена задача отражения звука от поверхности разрыва при условии

$$v_0 > v_{0c} = 2\sqrt{2}v_s, \quad (18)$$

когда, согласно [1], тангенциальный разрыв устойчив и обнаружено усиление отраженного сигнала по сравнению с падающим. Это явление в [1] было названо "излучением звука поверхностью сверхзвукового разрыва" (18), а не вынужденным излучением звука. Более того, оно вообще не связывается с новой, излучательной черенковской неустойчивостью, обусловленной вынужденным характером излучения. Ниже, следуя работе [4], покажем, что это именно так.

Чтобы быть максимально аккуратными в своем доказательстве, рассмотрим устойчивость тангенциального разрыва в слое сжимаемой жидкости толщиной  $2a$ , причем слой  $0 < z < 0$  движется параллельно оси  $X$  со скоростью  $v_0(v_0 \parallel OX)$  относительно слоя  $-a \leq z \leq 0$ . Уравнения движения при этом сохраняют вид (9); не изменяются и граничные условия на поверхности разрыва (4), но меняется вид решений (5), которые теперь следует писать в виде:

$$P = \exp[i(k_x x - \omega t)] \times \begin{cases} c_1 \exp(-\chi_1 z) + c_2 \exp(\chi_1 z) - \text{при } z > 0 \\ c_1 \exp(\chi_2 z) + c_2 \exp(-\chi_2 z) - \text{при } z < 0. \end{cases} \quad (19)$$

Кроме того, необходимо дополнить граничные условия (4) условиями на ограничивающих слой поверхностях  $z = \pm a$  (19). Мы выберем простей-

шие из граничных условий: равенство нулю нормальных составляющих возмущения скорости, которое сводится к условию

$$\left. \frac{dp}{dz} \right|_{z=\pm a} = 0, \quad (20)$$

и постараемся сделать выводы, слабо зависящие от условий (20). Наконец, выражения для  $\chi_{1,2}^2$  сохраняются.

Решение сформулированной задачи сводится к дисперсионному уравнению

$$\frac{\chi_1 \text{cth}(\chi_1 a)}{(\omega - k_x v_0)^2} = -\frac{\chi_2 \text{cth}(\chi_2 a)}{\omega^2}. \quad (21)$$

В условиях (12), когда колебания являются поверхностными, из уравнения (21) в пределе  $a \rightarrow \infty$  получаем (11). Как отмечалось выше, при сверхзвуковой скорости разрыва условия (12) нарушаются, и колебания становятся объемными. В результате оказывается возможным возбуждение объемного звука в покоящейся части жидкости при  $v_0 > v_s$ . Чтобы убедиться в сказанном, положим

$$\chi_1^2 > 0, \quad \chi_2^2 < 0, \quad |\chi_2 a| \gg 1, \quad (22)$$

и будем искать решение уравнения (21), считая выполненным резонансное условие черенковского излучения

$$\omega = k_x v_0 + \delta = \omega_0 + \delta, \quad (23)$$

где  $\delta \ll \omega_0$ , а  $\omega_0$  — частота звуковых колебаний в слое

$$\cos \left[ a \sqrt{\frac{\omega^2}{v_s^2} - k_x^2} \right] = 0; \quad \omega_0 = v_s \sqrt{k_x^2 + \frac{\pi^2}{a^2} \left( n + \frac{1}{2} \right)^2}. \quad (24)$$

При  $v_0 \gg v_s$  (только в этом случае уравнение (21) легко решается) волновое число  $n \gg 1$ . Это означает, что спектр (24) слабо зависит от граничных условий при  $z = \pm a$  и в этом его ценность. Решение (24), однако, пригодно и при  $v_0 \rightarrow v_s$ , когда происходит изменение режима поверхностной аперидической неустойчивости на объемную излучательную неустойчивость.

Из формул (21) и (22) находим инкремент нарастания (8) колебаний со спектром

$$\frac{\delta}{\omega_0} = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \left( \frac{v_s^2 k_x a}{a^2 \omega_0^2} \text{cth}(k_x a) \right)^{1/2}, \quad (25)$$

которое можно также получить из результатов [1, §84, зад. 2].

Рассмотренная неустойчивость есть вынужденное резонансное черенковское излучение (23) объем-

ных звуковых волн в покоящейся части жидкости от поверхности сверхзвукового разрыва скорости.

Заметим, что инкремент черенковской неустойчивости (25) намного меньше инкремента неустойчивости тангенциального разрыва на поверхностной волне (14) (в условиях их одновременной применимости). Их отношение порядка  $(ka)^2 \gg 1$ , поэтому при  $v_0 < 2\sqrt{2}v_s$  (16) черенковская неустойчивость будет подавлена неустойчивостью на поверхностной волне. Важно, однако, что эти неустойчивости имеют разную природу и разные области применимости и что черенковская неустойчивость развивается при больших скоростях, когда неустойчивость на поверхностной волне стабилизирована.

### Устойчивости тангенциального разрыва в разреженной неизоэнтальной плазме с $T_e \gg T_i$

Гидродинамика, строго говоря, применима для описания жидкостей и плотных газов в условиях, когда длина пробега частиц намного меньше всех характерных размеров задачи. Вместе с тем известно, что в ряде случаев уравнения гидродинамики оказываются применимы и для описания движения разреженных газов. Это имеет место, например, в случае бесстолкновительной неизоэнтальной плазмы с  $T_e \gg T_i$ , медленное (по сравнению с тепловой скоростью электронов) движение которой хорошо описывается уравнениями одножидкостной гидродинамики [5]. В интересующем нас линейном приближении динамика неизоэнтальной плазмы с  $T_e \gg T_i$  описывается диэлектрической проницаемостью [5]

$$\varepsilon = 1 + \frac{\omega_{Li}^2}{k^2 v_s^2} \left( 1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega - k_x v_0}{k v_s} \right) - \frac{\omega_{Li}^2}{(\omega - k_x v_0)(\omega - k_x v_0 + i v_i)}, \quad (26)$$

которая учитывает движение как целое вдоль оси  $OX$  и диссипацию, обусловленную черенковским эффектом на электронах и столкновения ионов. В этом выражении  $\mathbf{k}$  — полный волновой вектор;

$v_s = \sqrt{\frac{T_e}{M}}$  — скорость ионного звука

$$\omega_{Li} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_i}{M}},$$

где  $n_i$  — плотность;

$M$  — масса;

$v_i$  — частота столкновений ионов.

Выражение (26) зависит от полного волнового вектора  $\mathbf{k}$ , а это означает, что в задаче поверхност-

ных колебаний на границе раздела двух полуограниченных сред — задаче устойчивости тангенциального разрыва вдоль  $OX$  в плазме диэлектрическая проницаемость (26) является оператором, а именно

$$k_z \rightarrow \tilde{k}_z = -i \frac{\partial}{\partial z}; \quad \mathbf{k}^2 = k_x^2 + \tilde{k}_z^2.$$

В результате уравнение Пуассона

$$\frac{\partial}{\partial z} \tilde{\varepsilon} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - k_x^2 \tilde{\varepsilon} \varphi = 0 \quad (27)$$

оказывается операторным уравнением. Однако (27) легко сводится к дифференциальному уравнению 4-го порядка с применением к нему оператора  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k_x^2$  Деламбера, которое уже решается стандартным способом, подобным использованному в предыдущем разделе [5].

Дисперсионное уравнение колебаний при этом имеет интегральный вид

$$\int_0^\infty \frac{dk_x}{k^2 \varepsilon_1(\omega, \mathbf{k})} + \int_0^\infty \frac{dk_x}{k^2 \varepsilon_2(\omega, \mathbf{k})} = 0, \quad (28)$$

где  $\varepsilon_{1,2}(\omega, \mathbf{k})$  — диэлектрические проницаемости (26) в областях  $z > 0$  и  $z < 0$ , соответственно;

$k^2 = k_x^2 + \tilde{k}_z^2$  с учетом того, что скорость  $v_0 \neq 0$  в области  $z > 0$  и  $v_0 = 0$  в области  $z < 0$ .

Диэлектрические проницаемости  $\varepsilon_1(\omega, \tilde{k})$  и  $\varepsilon_2(\omega, \tilde{k})$ , фигурирующие в дисперсионном уравнении (28), как уже отмечалось, учитывают как бесстолкновительную (черенковскую, 3-е слагаемое в (26)), так и столкновительную (столкновения ионов, в 4-м слагаемом (26)) диссипацию. Как в предыдущем разделе, при анализе уравнения (28) диссипацией мы полностью пренебрегаем. В результате после интегрирования по  $dk_x$  из (28) получаем

$$\left( 1 - \frac{\omega_{Li}^2}{(\omega - k_x v_0)^2} \right) \sqrt{1 + \frac{\omega_{Li}^2}{k_x^2 v_0^2} \left( 1 - \frac{\omega_{Li}^2}{(\omega - k_x v_0)^2} \right)^{-1/2}} + \left( 1 - \frac{\omega_{Li}^2}{\omega^2} \right) \sqrt{1 + \frac{\omega_{Li}^2}{k_x^2 v_0^2} \left( 1 - \frac{\omega_{Li}^2}{\omega^2} \right)^{1/2}} = 0. \quad (29)$$

Из уравнения (29) следует важный вывод о том, что тангенциальный разрыв в неизоэнтальной плазме неустойчив лишь в плотной плазме, когда

$$\omega_{Li}^2 > k_x^2 v_0^2. \quad (30)$$

Если наряду с сильным неравенством (30) выполнено также условие  $\omega_{Li}^2 \gg \omega^2$ , то из (29) получаем

$$\frac{1}{(\omega - k_x v_0)^2} \sqrt{1 - \frac{(\omega - k_x v_0)^2}{k_x^2 v_{is}^2}} + \frac{1}{\omega^2} \times \times \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{k_x^2 v_{is}^2}} = 0. \quad (31)$$

Легко видеть, что при малых по сравнению со скоростью звука скоростях разрыва, когда  $v_0 \ll v_{is}$ , вторыми слагаемыми под корнями в (31) можно пренебречь, и мы получаем дисперсионное уравнение, описывающее неустойчивость тангенциального разрыва несжимаемого газа (6)

$$\frac{1}{(\omega - k_x v_0)^2} + \frac{1}{\omega^2} = 0. \quad (32)$$

Отсюда находим решение вида (7)

$$\omega = \frac{1 \pm i}{2} k_x v_0. \quad (33)$$

Таким образом, и в случае тангенциального разрыва в плазме с ростом скорости разрыва инкремент неустойчивости растет, и при приближении  $v_0$  к скорости звука необходим учет сжимаемости, т. е. конечности  $v_{is}$ . При этом следует решать общее уравнение (29) с учетом (33), которое можно записать в виде

$$\frac{\omega^2 + (\omega - k_x v_0)^2}{\omega^2 (\omega - k_x v_0)^2} = \frac{1}{k_x^2 v_0^2}. \quad (34)$$

В пределе  $v_{is} \rightarrow \infty$ , как и следовало ожидать, получаем (32). В случае же конечной скорости  $v_{is}$  из (34) следует уравнение

$$\frac{k_x^2 - \frac{(\omega - k_x v_0)^2}{v_{is}^2}}{(\omega - k_x v_0)^2} = \frac{k_x^2 - \frac{\omega^2}{v_{is,x}^2}}{\omega^2}, \quad (35)$$

которое в точности совпадает с дисперсионным уравнением (11), полученным для тангенциального разрыва в газодинамике при  $v_s^2 = 2v_{is}^2$ , тем самым показана полная эквивалентность низкочастотной неустойчивости тангенциального разрыва в бесстолкновительной (недиссипативной) неизотермической плазме с  $T_e \gg T_i$  неустойчивости тангенциального разрыва в идеальном сжимаемом газе.

Поскольку уравнение (11) подробно проанализировано выше, анализ уравнения (35) мы проводить не будем. Заметим только, что при выводе

дисперсионного уравнения (21) для плазменного слоя с тангенциальным разрывом вместо граничного условия (20) надо писать условие

$$\left. \frac{dn}{dz} \right|_{z=\pm a} = 0, \quad (36)$$

где  $n$  — плотность плазмы (ионов).

Условие (36) связано с тем, что в неизотермической плазме вследствие большой тепловой скорости электронов происходит быстрое выравнивание температуры, поэтому  $T_e = \text{const}$ .

Заметим, что при учете диссипативных слагаемых выражения (26) в дисперсионном уравнении (28) кроме недиссипативной неустойчивости сверхзвукового тангенциального разрыва в неизотермической плазме с  $T_e \gg T_i$  должна появиться также диссипативная неустойчивость, обусловленная изменением знака электронной черенковской диссипации при  $\mathbf{k}u > \omega$ . Эта проблема требует отдельного исследования и выходит за рамки настоящей статьи.

### Обсуждение результатов

Выше была показана аналогия задач устойчивости тангенциального разрыва в жидкости (гидродинамическое описание) и в разреженной плазме (бесстолкновительный предел). В последнем случае для достижения полной аналогии потребовалось выполнение условия (30), что эквивалентно пренебрежению в выражении для диэлектрической проницаемости (26) первым слагаемым (единицей). Это хорошо понятно, поскольку в этом приближении в неизотермической плазме с  $T_e \gg T_i$  отсутствует разделение заряда, и плотности электронов и ионов тождественно равны. Как следствие уравнения динамики такой плазмы сводятся к виду [5]

$$\frac{dn}{dt} + \text{div} n v_s = 0, \quad (37)$$

$$\frac{dv_s}{dt} + (v_s \nabla) v_s = -\frac{1}{n} v_{is}^2 \nabla n,$$

где  $v_{is} = \sqrt{T_e/M}$  — скорость ионного звука.

Эта система совпадает с системой уравнений одножидкостной гидродинамики (1) с постоянной температурой  $T_e = \text{const}$  (изотермическая модель), в которой

$$p = nT_e, \quad \rho = nM, \quad (38)$$

где  $n$  — плотность ионов;  
 $M$  — масса ионов.

Если условие (30) нарушается, то существенным становится отличие плотностей электронов и ионов и поля разделения зарядов. В этом случае

уравнения динамики неізотермической плазмы следует писать в виде [5]

$$\begin{aligned} \frac{dn_i}{dt} + \operatorname{div} n_i v_s &= 0; \\ \frac{dv_s}{dt} + (v_s \nabla) v_s &= \frac{eE}{M} = -\frac{T_e}{en_e} \nabla n_e; \\ \operatorname{div} E &= 4\pi e(n_e - n_i). \end{aligned} \quad (39)$$

Переход к уравнениям (37) осуществляется путем пренебрежения левой части в третьем уравнении (39), что эквивалентно условию (30) и равенству  $n_e = n_i \equiv n$ .

Отличие системы уравнений (39) от (37) весьма существенно, а именно, в рамках уравнений (37) спектр ионного звука остается линейным для любых длин волн, как это имеет место в гидродинамике жидкости. Система же уравнений (39) приводит к насыщению спектра в области коротких длин волн и стремлению частоты ионного звука к ионной ленгмюровской частоте. Следствием этого является важное утверждение, что тангенциальный разрыв в разреженной неізотермической плазме неустойчив лишь при выполнении условия (30), т. е. в пределе достаточно длинных волн; коротковолновые возмущения при выполнении обратного условия (30) оказываются устойчивыми. В этом и заключается принципиальная раз-

ница между гидродинамикой жидкости и гидродинамическим описанием разреженной неізотермической плазмы.

### Заключение

Аналогия задач устойчивости тангенциального разрыва показана в гидродинамике жидкости и в разреженной плазме (бесстолкновительный предел). При этом тангенциальный разрыв в разреженной неізотермической плазме неустойчив в пределе достаточно длинных волн.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта СРДФ RUP2-1514-МО-06.*

### Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1988
2. Kirtskhalia V. G. // Plasma space sci. 1994. V. 42. No. 6. P. 513.
3. Жвания И. А., Кирицхалия В. Г., Рухадзе А. А. // Кр. сообщения по физике ФИАН. 2002. № 10. С. 35.
4. Жвания И. А., Кирицхалия В. Г., Рухадзе А. А. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 11. С. 132.
5. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. — М.: Высш. шк., 1978.

*Статья поступила в редакцию 18 января 2009 г.*

## About analogy of stability of tangential breaks in hydrodynamics and in collisionless nonisothermal plasma

V. G. Kirtshaliya, I. M. Minaev, A. A. Rukhadze, M. V. Chogovadze  
Prokhorov General Physics Institute RAS, Moscow, Russia  
E-mail: rukh@fpl.gpi.ru

*Shown is the analogy between the theory of stability of tangential breaks in ideal liquid in usual hydrodynamics and in collisionless nonisothermal plasma with  $T_e \gg T_i$ . Difference is connected with a feature of dispersion of ionic-sound waves in nonisothermal plasma in the field of short waves, in which there is an infringement of plasma quasi-neutrality and the dispersive curve aspires to an ionic Langmuir frequency.*

PACS: 52.35.-q