

12. *Chin H. C., May A. D.* Examination of the speed-flow relationship at the caldecott tunnel. Transportation research record, 1320; Transportation Reserch Board (NRC, Washington, DC). 1991. P. 1—15.
13. *Rothery R. W.* Car following models. Traffic Flow Theory, Transportation Research Board, Special Report, 165, ed. by Gartner N., Messer C. J., Rathi A. K., 1992. Chap. 4.
14. *Neubert L., Santen L., Schadschneider A., Schreckenberg M.* Phys. Rev. E. 1999. V. 60. P. 6480.
15. *Helbing D.* Rev. Mod. Phys. 2001. V. 73. P. 1067.
16. *Friedrich R., Kriso S., Peinke J., Wagner P.* Phys. Lett. A. 2002. V. 299. P. 287.
17. *Lubashevsky I., Mahnke R., Wagner P., Kalenkov S.* Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 016117.
18. *Lubashevsky I., Hajimahmoodzadeh M., Katsnelson A., Wagner P.* Eur. Phys. J. B. 2003. V. 36. P. 115.
19. *Lubashevsky I., Mahnke R., Hajimahmoodzadeh M., Katsnelson A.* Ibid. 2005. V. 44. P. 63.

Статья поступила в редакцию 29 мая 2008 г.

Phase state complexity of statistical ensemble of self-driving particles

I. A. Lubashevsky, N. G. Gusein-zade

Prokhorov General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia

E-mail: rukh@fgl.gpi.ru

C. G. Garnisov, B. Yu. Lifshits

MIREA, Moscow, Russia

The paper is devoted to cooperative phenomena in particular the phase transitions in various statistical systems. Actually the paper is concerned with phenomena typically analyzed within the frameworks of statistical physics. At the same time these phenomena are observed in statistical ensembles of self-driving particles or elements with nonphysical nature.

This allows to use the classical methods and ideas of statistical physics to analyse the systems. Which do not relate to the physics itself. Including the situations where the human factor is of a key importance. By way of example it discusses the general properties and features of phase transitions exhibited by traffic flow.

PACS: 02.50.-r

УДК 621.382

Модели процесса возникновения $1/f$ -шума в полупроводниковых структурах

В. Ю. Холкин

Северо-Западный государственный заочный технический университет,

Санкт-Петербург, Россия

E-mail: office@nwpi.ru

Рассмотрены модели возникновения $1/f$ -шума в полупроводниковых структурах как результаты барьерного эффекта и пуассоновского процесса. Дано объяснение наличию пределов значения степени y в эмпирической формуле $1/f^y$.

PACS: 85.30.-z

Введение

Исследование низкочастотного шума с распределением спектральной плотности мощности шума $1/f^y$, где f — частота, началось в середине прош-

лого века [1], что обусловлено активным использованием твердотельной технологии, основанной на использовании свойств полупроводниковых структур при изготовлении компонентов радиоэлектронной техники.

Основное число работ по изучению поведения $1/f$ -шума связано с исследованием полупроводниковых структур или готовых полупроводниковых приборов [2—6]. Исследование флуктуационных явлений — важная составляющая при описании фундаментальных свойств полупроводниковых структур. Но как выяснилось, $1/f$ -шум возникает не только в полупроводниковых структурах. Это явление оказалось крайне распространенным и загадочным.

Загадочность данного явления заключается в следующем:

- это явление имеет повсеместное проявление (радиотехника, биология и т. д.);
- степень y в формуле $1/f^y$ имеет пределы слева и справа (от 0,8 до 1,2), что необычно для математического описания физических явлений и аргументировано объяснить появление этих пределов пока еще не удалось;
- отсутствие общей теории возникновения $1/f$ -шума привело к появлению массы частных моделей, описывающих механизмы возникновения данного явления в конкретном случае для конкретных физических объектов.

Явление, называемое $1/f$ -шумом, имеет широкое распространение, и при обнаружении $1/f$ -шума в другой среде, с другими объектами, в ранее разработанных моделях делает их неработоспособными (сложно воспользоваться моделью возникновения $1/f$ -шума в полупроводниковых диодах [6] для объяснения $1/f$ -шума в таких природных явлениях как землетрясения и грозы [7]).

Естественно, столь широко представленное природное явление не может описываться теориями частного характера, а должно иметь общую физическую модель, позволяющую применять ее в любых проявлениях данного явления [8]. Именно эта задача была предпринята в представленной работе.

Обоснование возникновения $1/f$ -зависимости как результат барьерного эффекта

Рассмотрим модель (рис. 1), имеющую единичный носитель, который:

- имеет "желание" двигаться в направлении A , определенное вектором \vec{F} (в случае, когда единичным носителем является электрон, величина и направление вектора \vec{F} определяются разностью потенциалов);
- на пути движения носителя находится потенциальный барьер высотой U , который мешает беспрепятственно двигаться в направлении A ;
- единичный носитель случайным образом может получить энергию u_n , накапливать ее и в момент $\sum u_n = u > U$ преодолевать потенциальный барьер, т. е. вероятность преодоления единичным

носителем потенциального барьера зависит от времени его нахождения перед барьером. Чем больше времени прошло с начала накопления энергии, тем более вероятно, что единичный носитель преодолеет потенциальный барьер.

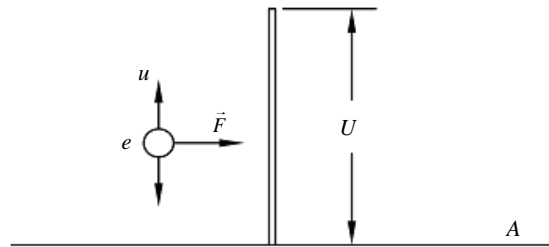


Рис. 1. Расположение единичного носителя перед потенциальным барьером

Для начала рассмотрим простейший случай. Пусть вероятность того, что единичный носитель преодолеет потенциальный барьер ($u > U$), будет линейной функцией времени (рис. 2).

$$P = kt. \tag{1}$$

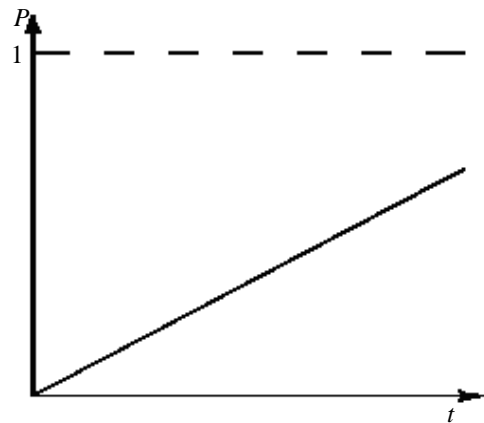


Рис. 2. Вероятности преодоления единичным носителем потенциального барьера при $P = kt$

Для простоты и наглядности примем $k = 1$, тогда формула (1) преобразуется в следующую:

$$P = t. \tag{2}$$

Преобразуем формулу (2), поставив вместо времени t частоту следования событий преодоления потенциального барьера f_{fol} . Формально частота f_{fol} описывается через время t следующим образом:

$$f_{fol} = 1/t,$$

отсюда путем простого математического преобразования получаем

$$t = 1/f_{fol}. \tag{3}$$

И, соответственно, подставив (3) в (2), получим

$$P = 1/f_{fol}, \tag{4}$$

т. е. получилась зависимость $P = 1/f^y$ при $y = 1$.

Выражение (4) не объясняет полученный эмпирическим путем интервал изменения степени u , поэтому еще раз отметим, что f_{fol} — это частота следования событий преодоления единичным носителем энергии потенциального барьера, т. е. появления импульсов энергии, а не частота в том смысле, в котором ее понимают радиотехники.

Попробуем решить задачу распределения вероятности преодоления единичным носителем потенциального барьера (см. рис. 1) расчетным путем, используя формулы теории вероятности. При этом интервалы времени Δt_n , по которым будут определяться вероятности преодоления единичным носителем потенциального барьера U , определяются следующим образом

$$\begin{array}{l} \text{---} \Delta t_1 = \Delta t_e; \\ \text{---} \Delta t_2 = \Delta t_1 + \Delta t_e; \\ \text{---} \Delta t_3 = \Delta t_2 + \Delta t_e; \\ \dots \\ \text{---} \Delta t_n = \Delta t_{n-1} + \Delta t_e + n\Delta t_e, \end{array}$$

Δt_n определяет частоту следования событий преодоления потенциального барьера как

$$f_n = 1/\Delta t_n. \quad (5)$$

Пусть вероятность того, что единичный носитель преодолеет потенциальный барьер ($u > U$) через единичный интервал времени Δt_e , равна ξ . Начальный интервал $\Delta t_1 = \Delta t_e$. Соответственно,

$$P(\Delta t_1) = P(\Delta t_e) = \xi. \quad (6)$$

С учетом формулы (6) вероятность того, что единичный носитель преодолеет потенциальный барьер при $\Delta t_2 = \Delta t_1 + \Delta t_e$, будет определяться по формуле суммы вероятности, т. е.

$$P(\Delta t_2) = P(\Delta t_1) + P(\Delta t_e) - P(\Delta t_1)P(\Delta t_e),$$

соответственно,

$$\begin{aligned} P(\Delta t_3) &= P(\Delta t_2) + P(\Delta t_e) - P(\Delta t_2)P(\Delta t_e), \\ P(\Delta t_4) &= P(\Delta t_3) + P(\Delta t_e) - P(\Delta t_3)P(\Delta t_e), \\ &\dots \\ P(\Delta t_n) &= P(\Delta t_{n-1}) + P(\Delta t_e) - P(\Delta t_{n-1})P(\Delta t_e). \end{aligned} \quad (7)$$

Каждому интервалу времени Δt формально соответствует частота следования событий преодо-

ления потенциального барьера, определенная, согласно формуле (5), как $f_n = 1/\Delta t_n$.

Теперь выразим (7) через частоту f .

$$\begin{aligned} P(f_1) &= P(\Delta f_e) = \xi, \\ P(f_2) &= P(\Delta f_1) + P(\Delta f_e) - P(\Delta f_1)P(\Delta f_e), \\ P(f_3) &= P(\Delta f_2) + P(\Delta f_e) - P(\Delta f_2)P(\Delta f_e), \\ P(f_4) &= P(\Delta f_3) + P(\Delta f_e) - P(\Delta f_3)P(\Delta f_e), \\ &\dots \\ P(f_n) &= P(\Delta f_{n-1}) + P(\Delta f_e) - P(\Delta f_{n-1})P(\Delta f_e). \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая, что $P(\Delta f_e) = P(\Delta t_e) = \xi$ — постоянная величина для конкретного случая, можно в (8) заменить $P(\Delta f_e)$ на $P(\Delta t_e)$.

В результате компьютерных расчетов, проведенных по данной модели, были получены следующие зависимости (рис. 3, а), которые показали, что начиная с вероятности преодоления потенциального барьера за единичный интервал времени $P(\Delta t_e) = 0,01$ и меньше на графике изображается ярко выраженная зависимость $1/f$, и в диапазоне 0,2—0,01 присутствуют так называемые $1/f$ -участки [5, 6].

После проведения сравнительных расчетов выяснено, что отличие зависимостей, рассчитанных по предложенной математической модели (начиная с $P(\Delta t_e) = 0,2$ и далее) и по формуле $1/f^y$, незначительное и составляет сотые доли процентов.

Предлагаемая модель позволяет объяснить наличие пределов степени u в эмпирической формуле $1/f^y$. Этот предел обусловлен ограничением кривизны графиков зависимостей, полученных согласно предложенной модели. Как видно из рис. 3, а, ограничение слева лежит в области $P(\Delta t_e) = 0,2$. Это предельное значение, при котором график ассоциируется как $1/f^y$, при этом степень y в зависимости $1/f^y$ равна 0,77. Ограничения справа возникают начиная со значения $P(\Delta t_e) = 10^{-10}$, далее зависимость практически не изменяется (см. рис. 3, б, в). Вид самой кривой остается без изменений, y оказалась равной 1, при этом совпадение кривой $1/f^y$ с кривой, рассчитанной по данной методике, практически абсолютное, дисперсия разницы точек на двух сравниваемых кривых при $P(\Delta t_e) = 10^{-300}$ равна $1,16368 \cdot 10^{-26}$.

Полученное семейство кривых на рис. 3, а хорошо согласуется с экспериментальными данными [5, 6] и объясняет наличие $1/f$ -участков в графике спектров шумов (см. рис. 3, а, кривые 4 и 5).

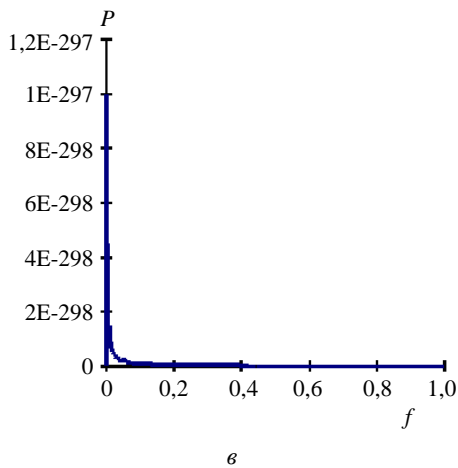
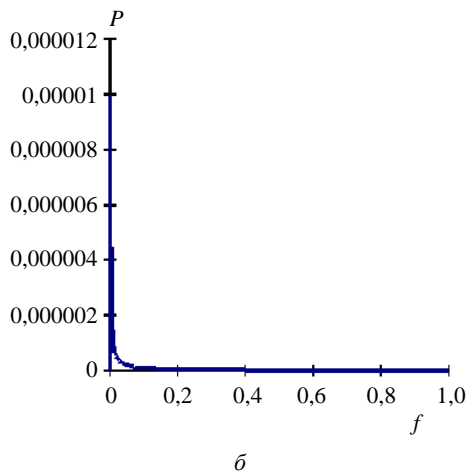
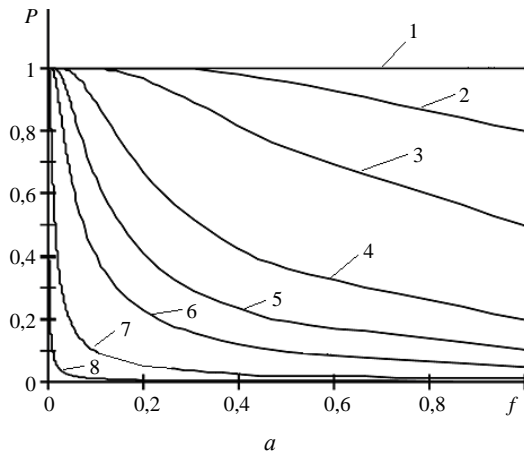


Рис. 3. Плотности вероятности $P(f_n)$ при разных значениях $P(\Delta t_e)$:

a : 1 — 1,0; 2 — 0,8; 3 — 0,5; 4 — 0,2; 5 — 0,1; 6 — 0,05; 7 — 0,01; 8 — 0,001; δ — $\Delta t_e = 0,00000001$; ε — $\Delta t_e = 10^{-300}$

Обоснование возникновения $1/f$ -шума как результат пуассоновского процесса

По поводу предела справа степени $y = 1$ ряд экспериментаторов отмечает, что y обычно близко к 1 и редко превышает ее [4].

Предлагаемая выше модель, безусловно, требует уточнения и доработки, но это не изменяет общей картины, это всего лишь одна из моделей воз-

никновения $1/f$ -зависимости, описывающей один из механизмов генерации $1/f$ -шума.

Должна существовать как минимум еще одна модель, так как, во-первых, в классическом $1/f$ -шуме пределы степени y составляют от 0,8 до 1,2, во-вторых, в классическом $1/f$ -шуме, имеющем более чем достаточное экспериментальное подтверждение, нет обособленных $1/f$ -участков, и при $y = 0,8$ и $1,2$ кривая имеет классический $1/f$ -вид, в третьих, вышепредставленная модель описывает плотность вероятности, а не спектральную плотность, и больше подходит для объяснения $1/f$ -шума в таких природных явлениях как грозы [7]. В полупроводниковых структурах, используемых в электронной технике, данное явление связано с шумом, имеющим распределение спектральной мощности шума $1/f^y$, где f — частота, поэтому, соответственно, модель необходимо, как минимум, доработать.

Для решения этой задачи и нахождения искомой модели воспользуемся формулой (1) возникновения $1/f$ -зависимости, и будем искать процессы, имеющие распределение по времени, сходное с распределением, приведенным на рис. 2.

Рассмотрим пуассоновский процесс — частный случай счетного процесса, т. е. целочисленного процесса с единичными приращениями. Типичная реализация счетного процесса показана на рис. 4.

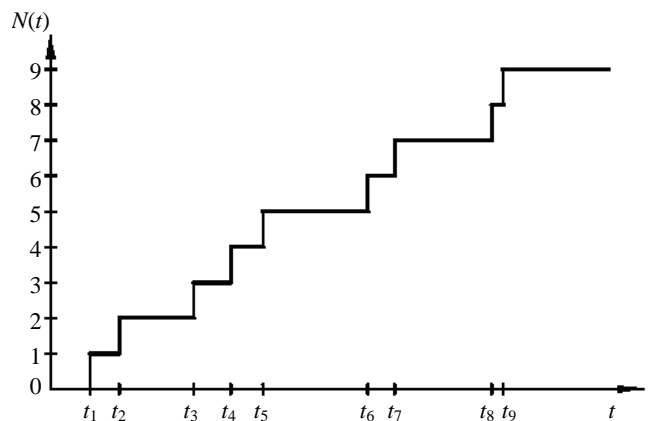


Рис. 4. Типичная реализация пуассоновского счетного процесса $N(t)$

Процесс этого типа можно описать случайной последовательностью точек $\{t_k\}$ вдоль временной оси [9]

$$N(t) = \sum \omega(t - t_k); 0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots, \quad (9)$$

где $\omega(t)$ — единичная функция включения $\omega(t) = \frac{1}{2} (1 + \text{sign} t)$.

Таким образом, случайное значение $N(t)$ (9) эквивалентно числу точек включения между 0 и t .

Процесс может быть охарактеризован вероятностью события $[N(t) = n]$ для каждого $t \geq 0$ и $n = 0, 1, 2, \dots$.

Формула спектральной плотности вышеуказанного процесса [9] будет

$$K_{xx}(f) = \frac{2\lambda P}{2\pi f^2 + \lambda^2} + P^2 \delta(f), \quad (10)$$

где $P^2 \delta(f)$ — постоянная составляющая при $f=0$;

P — вероятность появления события (включений или появления импульса) в единичный интервал времени;

$\delta(f)$ — дельта-функция.

Величины, входящие в выражение (10), можно трактовать следующим образом: P — вероятность появления 1 соответствует коэффициенту заполнения процесса, т. е. отношению средней длительности импульса к среднему периоду процесса; λ — характеризует среднюю частоту (интенсивность) процесса, а f — текущую частоту.

Выражение (10) справедливо для относительного значения амплитуды импульсов, равного 1. Чтобы получить спектральную плотность средней мощности в обычной размерности ($\text{В}^2/\text{Гц}$), нужно умножить выражение (10) на квадрат средней амплитуды импульсов \bar{U}^2 .

Выражение (10) является обобщением выражения c/f^y на весь диапазон частот. При достаточно большой частоте (интенсивности) процесса λ изменение текущей частоты в области низких частот мало влияет на значение спектральной плотности, и ход кривой совершенно отличается от выражения $1/f$. Остается только выяснить, каково это соответствие для сверхнизких частот, для которых используется выражение c/f^y . При малой частоте (интенсивности) процесса $\lambda \ll f$ для сверхнизких частот спектральная плотность начинает вести себя как c/f^y . Так, уже при $\lambda = 0,03$ получается достаточно хорошее соответствие спектральной плотности и кривой c/f^y при показателе степени $y = 0,8$ (рис. 5, а).

Для определения предела слева значения степени y в эмпирической формуле c/f^y попробуем решить задачу, подобную той, которую решают экспериментаторы, и построим график c/f^y по данным, рассчитанным по приведенной выше методике, вместо полученных эмпирическим путем. Расчеты будем вести при $P = 0,5$. При заданном значении частоты (интенсивности) процесса λ найдем степень y , соответствующую оптимальному совпадению графика c/f^y с графиком, рассчитанным по формуле (10). В данном случае имеем значения $\lambda = 0,03$, $y = 0,8$ и $c = 0,06$.

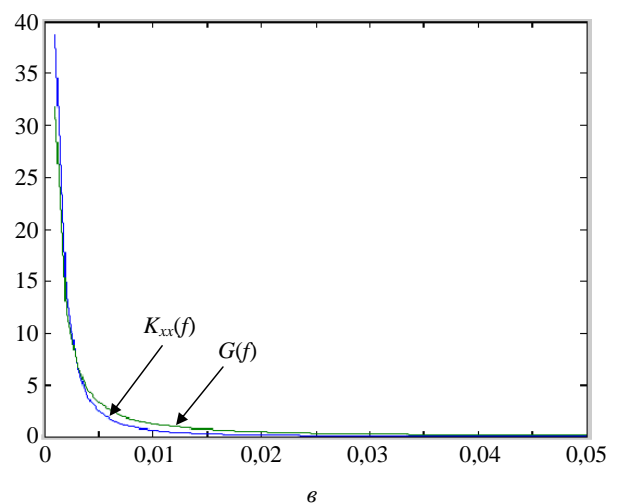
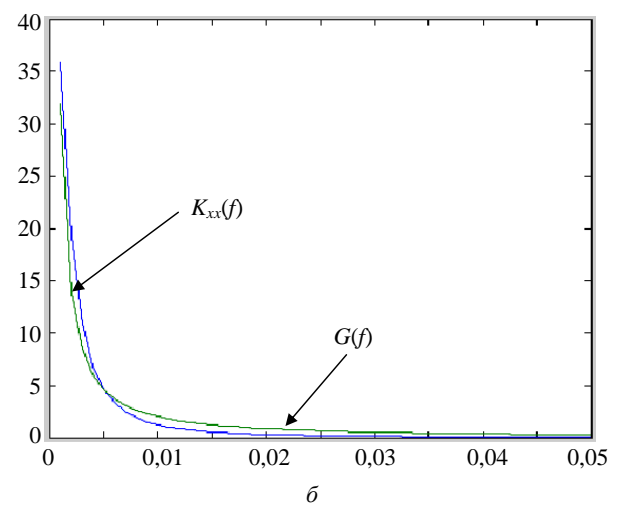
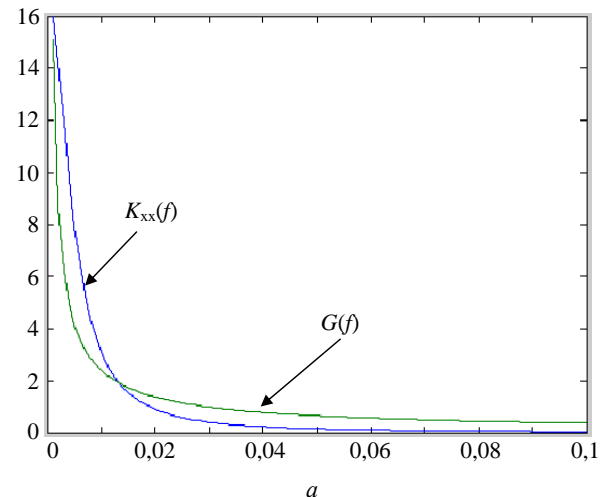


Рис. 5. Совмещение графика спектральной плотности c/f^y с графиком, рассчитанным по формуле (10):

а — при $P = 0,5$, $\lambda = 0,03$ и c/f^y при $y = 0,8$, $c = 0,06$ ($G = 0,06 / f^{0,8}$);

б — при $P = 0,5$, $\lambda = 0,01$ и c/f^y при $y = 1,2$, $c = 0,008$ ($G = 0,008 / f^{1,2}$);

в — при $P = 0,5$, $\lambda = 0,005$ и $y = 1,4$

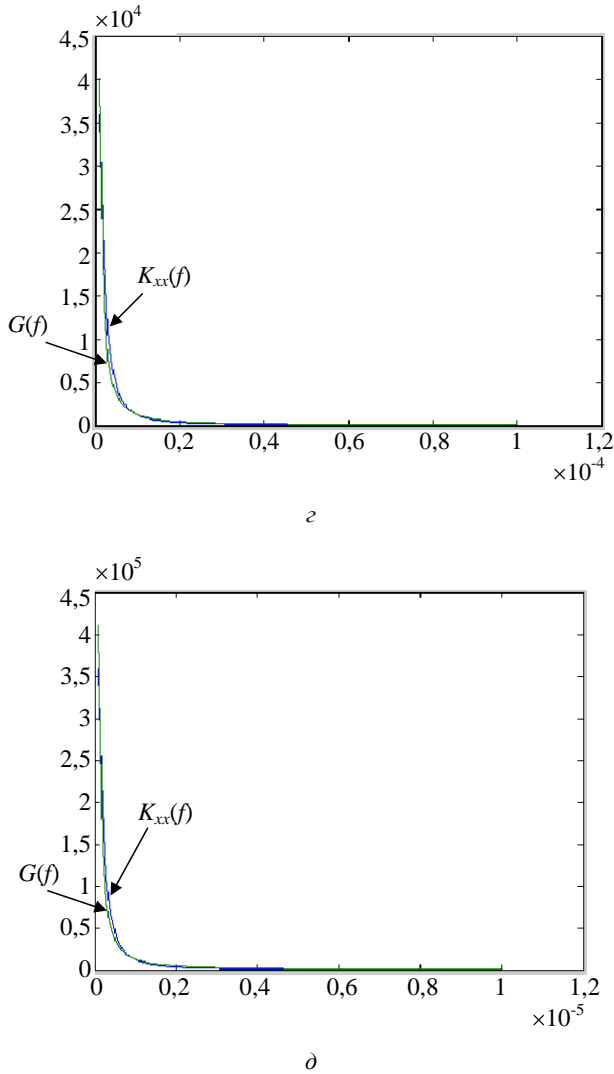


Рис. 5. Окончание:

z — при $P = 0,5, \lambda = 0,00001, c = 0,00004, y = 1,5;$
 d — при $P = 0,5, \lambda = 0,000001, c = 0,000013, y = 1,5$

Как видно из рис. 5, а, совмещение графиков достаточно хорошее, чтобы признать утверждение об идентичности графиков. Если же график c/f^y "оторвать" от осей и передвигать как кривую, а именно так чаще всего и делают исследователи, подбирая график $1/f$ к экспериментальным кривым, то совпадение графиков будет практически идеальным.

Как видно из рис. 5, а, предел слева степени y в эмпирической формуле c/f^y равен 0,8. При частоте (интенсивности) процесса $\lambda > 0,03$ даже при показателе степени $y < 0,8$ уже не достичь достаточно хорошей аппроксимации.

Максимальное значение спектральной плотности $K_{xx}(f)$ при $f \rightarrow 0$ соответствует выражению $\bar{U}^2 \frac{2P(1-P)}{\lambda}$. Так, при $P = 0,5, \lambda = 0,03$ и $U = 1$ В

$$K_{xx}(0) = \frac{0,5U^2}{\lambda} = 16,7 \text{ В}^2/\text{Гц.}$$

В отличие от этого

значение выражения c/f^y всегда стремится к ∞ при $f \rightarrow 0$.

Стремление энергетического спектра к ∞ при $\lambda \rightarrow 0$ объясняется тем, что при очень малой частоте (интенсивности) процесса период $T = 2\pi/\lambda$, а, соответственно, и длительность импульса τ_{imp} , равная половине периода (при $P = 0,5$), стремится к бесконечности. При этом энергия сигнала, равная $U^2\tau_{imp}$, также стремится к бесконечности. При малой частоте (интенсивности) процесса и $\tau_{imp} \rightarrow 0$,

$P \rightarrow 0$, и низкочастотная составляющая энергетического спектра становится малой величиной.

При определении предела степени y справа при $P = 0,5$ и $\lambda = 0,01$ и меньше вид (кривизна) графика не меняется, меняется только размерность графика на рис. 5, б, в, при этом y находится в пределах 1,2—1,4. При дальнейшем уменьшении частоты (интенсивности) процесса ($\lambda = 0,005$ и меньше) показатель степени y увеличивается вплоть до величины $y = 1,5$ (см. рис. 5, з, д).

Из рис. 5, а—в видно, что совмещение достаточно хорошее, чтобы считать утверждение о совпадении графиков обоснованным.

Выводы

1. В случае аппроксимации $1/f$ -шума пуассоновским процессом предел справа в эмпирической формуле c/f^y действительно существует.

2. Согласно представленной модели предел степени y равен 1,5, он несколько больше общепринятого предела 1,2, но в целом не противоречит экспериментальным данным.

3. Данный предел, равный 1,5, определен математическим расчетом — формула (10).

Так как процесс, описываемый формулой (10), не связан с конкретной физической средой или физическими объектами (ФО), то он будет проявляться в любых средах, с любыми ФО, где возникнут необходимые условия, соответствующие экспериментальным данным.

4. Констатируя вышеприведенные выкладки, можно уверенно заявить, что явление, именуемое как $1/f$ -шум, в ряде случаев может быть результатом пуассоновского процесса. Подобранная экспериментаторами аппроксимирующая эмпирическая формула c/f^y искусственна. При сверхнизких частотах формула c/f^y может достаточно точно описывать эти процессы, но в связи с искусственностью эмпирической формулы c/f^y ее применение ограничено, откуда и появились пределы степени y .

5. Так как формула (10) не привязана к конкретной физической среде и конкретным физическим объектам, то шум, генерируемый по данной

модели, будет проявляться в любых средах, с любыми объектами, где будут создаваться соответствующие условия. Этим и объясняется повсеместное проявление $1/f$ -шума.

Л и т е р а т у р а

1. Ван дер Зил А. Флуктуационные явления в полупроводниках: Пер. с англ./ Под ред. Ф. В. Бункина. — М.: ИЛ, 1961. — 232 с.
2. Ван дер Зил А. Шум при измерениях: Пер. с англ./ Под ред. А. К. Нарышкина. — М.: Мир, 1979. — 292 с.
3. Букингем М. Шумы в электронных приборах и системах: Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — 399 с.
4. Кешнер М. С. Шум типа $1/f$. — М.: "Академия Тринитаризма". Эл № 77-6567; Публ. 10993. 10.02.2004.

5. Lauritzen P. O. Low Frequency Generation Noise in Junction Field-Effect Transistors// Solid-State Electron. 1965. V. 8. No. 1. P. 41—58.

6. Лукьянчикова Н. Б. Низкочастотный шум в полупроводниковых диодах// Литов. физич. сб. 1984. Т. 24. № 1. С. 51—66.

7. Machlup S. Earthquakes, thunderstorms and other $1/f$ noises: Proc. 6th Int. Conf. on Noise in Physical Systems held at the National Bureau of Standards, Gaithersburg, MD, USA, April 6—10, 1981. P. 157—160.

8. Beutler F. J., Leneman O. A. Z. The spectral analysis of impulse processes// Information and Control. 1968. No. 12. P. 236—258.

9. Френкс Л. Теория сигналов: Пер. с англ./ Под ред. Д. Е. Вакман. — М.: Сов. радио, 1974.

Статья поступила в редакцию 18 февраля 2009 г.

Models of process of $1/f$ -noise occurrence in semiconductor structures

V. Yu. Kholkin

North-West State Technical University by Correspondence, Sankt-Peterburg, Russia
E-mail: office@nwpi.ru

Models of $1/f$ -noise origin are described. As result of barrier effect and as result of Poisson's process. The presence of limits in value of y power in the empirical formula $1/f^y$ is described.

PACS: 85.30.-z

* * *