

УДК 537.9: 536.4: 656.13

## Структура фазовых состояний активных частиц

*И. А. Лубашевский, Н. Г. Гусейн-заде*

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Москва, Россия

E-mail: rukh@fgl.gpi.ru

*К. Г. Гарнисов, Б. Ю. Лившиц*

МИРЭА, Москва, Россия

*Обсуждены свойства коллективных явлений, в частности, фазовых переходов в различных статистических системах. Рассмотрены явления, типичные с точки зрения статистической физики и математических методов описания, которые, однако, возникают в статистических ансамблях "частиц" иной природы. Это, в частности, дает возможность применять классические методы и понятия статистической физики к анализу систем, ранее не относящихся к области физики, в том числе там, где ключевую роль играет человеческий фактор. В качестве конкретного примера рассмотрены неравновесные фазовые переходы в автотранспортных потоках.*

PACS: 02.50.-г

### Введение

Оптимизация движения транспорта в мегаполисе остается одной из ключевых урбанистических проблем, и все большую роль в их решении играет математическое моделирование.

Математические модели, применяемые для анализа транспортных сетей, весьма разнообразны по формулируемым задачам, математическому аппарату, используемым данным и степени детализации описания движения. Несмотря на то, что эта проблема изучается уже больше века, в физике транспортных потоков и поныне много неясного, и некоторые неясности носят принципиальный характер.

Одним из ключей, которые необходимы для того, чтобы понять физику транспортных процессов, является анализ существующих эмпирических данных.

Существуют места повышенной опасности, такие как туннели глубокого залегания, где формирование заторов опасно и должно быть предотвращено любым образом. Расположив в таких местах достаточное число детекторов, можно с их помощью предвидеть приближение возникновения затора. В этом случае, динамически управляя ограничением на скорость движения в туннеле и наложив запрет на смену рядности, можно предотвратить возникновение затора. Поэтому транспортные туннели как лаборатория для проверки математических моделей транспортного потока давно уже стали предметом внимания теоретиков [1].

Настоящая работа посвящена анализу фундаментальных свойств перегруженных автотранс-

портных потоков. В основе исследования лежат эмпирические данные, собранные в 2004—2005 гг. в Лефортовском туннеле 3-го автотранспортного кольца Москвы.

### Математическое описание транспортных потоков

Математическое описание транспортных потоков и разнообразных явлений, связанных с ними, давно уже привлекает внимание исследователей. Тем не менее и по сегодняшний день в физике транспортных потоков много открытых принципиальных проблем, и универсального математического подхода к адекватному моделированию сложных явлений, наблюдаемых в этой системе, не существует.

Большинство существующих моделей динамики транспортных потоков может быть приблизительно разделено на три класса:

- макроскопические (гидродинамические);
- мезоскопические или кинетические (газодинамические);
- микроскопические.

• *Макроскопические* модели описывают движение автомобилей в усредненных терминах, таких как плотность, средняя скорость, поток и др. При этом подходе транспортный поток уподобляется движению специфической жидкости, поэтому модели этого класса также называют гидродинамическими.

• *Микроскопические* модели те, в которых явно моделируется движение каждого автомобиля. В них описываются воздействие предыдущего автомобиля на следующий за ним с помощью обык-

новенных дифференциальных уравнений, основанных на ньютоновской механике. Такой подход позволяет теоретически достичь более точного описания движения автомобилей по сравнению с усредненным макроописанием, однако в случае практического применения этот подход требует огромных вычислительных ресурсов.

• *Мезоскопические* модели представляют собой промежуточное звено между двумя предыдущими моделями. Они основаны на кинетических уравнениях бoльцмановского типа. В них поток описывается плотностью распределения автомобилей в фазовом пространстве, т.е. пространстве координат и скоростей автомобилей. Динамика фазовой плотности описывается кинетическим уравнением, основанном на усредненном описании эффектов взаимодействий отдельных автомобилей, и в этом смысле оно ближе к микроуровню, чем гидродинамические уравнения. Важное теоретическое значение кинетических моделей состоит в том, что на их основе можно систематически выводить макроскопические модели.

Особое место в классе микромоделей занимают модели типа "клеточных автоматов" (Cellular Automata), получившие широкое развитие в последние годы. В них принято чрезвычайно упрощенное дискретное во времени и пространстве описание движения автомобилей, за счет чего достигается высокая вычислительная эффективность.

Одной из первых математических моделей автотранспортных потоков является макроскопическая модель, основанная на гидродинамической аналогии. Она известна в научной литературе как LW-модель (модель Лайтхилла—Уизема [2, 3]) и предложена в 1955 г. для исследования движения в нью-йоркских туннелях. Различные модификации этой модели используются до сих пор.

Гидродинамическая модель позволила перейти от описания движения отдельных автомобилей к анализу динамики автотранспортных потоков как некоторой континуальной среды, а именно, в этой модели транспортный поток рассматривается как движение одномерной сжимаемой жидкости. При этом предполагается наличие однозначной зависимости средней скорости потока  $v(\rho)$  от плотности автомобилей  $\rho$ . Последнее допущение позволяет ввести также величину потока  $q(x, t)$  (число автомобилей, пересекающих данное сечение автомагистрали в точке  $x$  за единицу времени) как некоторую функцию  $Q(\rho) = v(\rho)\rho$  локальной плотности  $\rho$ . Соотношение  $q = Q(\rho)$  играет важную роль в теории транспортных потоков, ее отображение на плоскости  $\{q, \rho\}$  называется фундаментальной или основной диаграммой.

### Классификация и фазовые состояния транспортных потоков

Как уже указывалось выше, фундаментальная или основная диаграмма играет важную роль в теории транспортных потоков. В модели Лайтхилла—Уизема эта зависимость непрерывна, следовательно, предельная пропускная способность участка дороги определяется непосредственно плотностью потока (рис. 1, а). К сожалению, это чисто теоретическое допущение, и оно плохо описывает реальную ситуацию на дорогах. Попытки "исправить" фундаментальную диаграмму начались с 1974 г. и продолжаются до сих пор. Как показали экспериментальные исследования, зависимость интенсивности потока от плотности автомобилей  $q = q(\rho)$  не является непрерывной, в частности, ее максимум имеет сложную структуру, он состоит из двух не связанных друг с другом ветвей [1, 4].

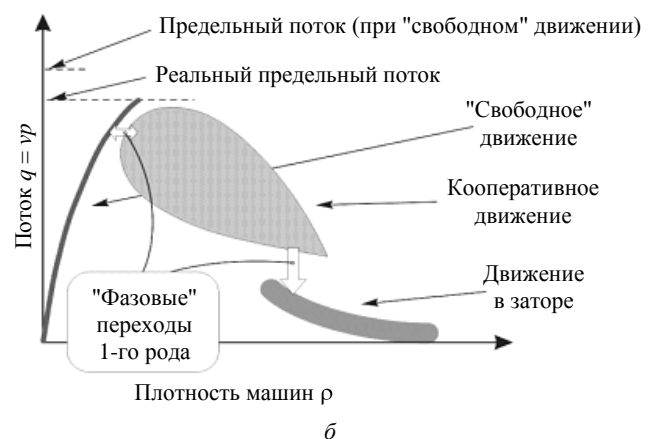
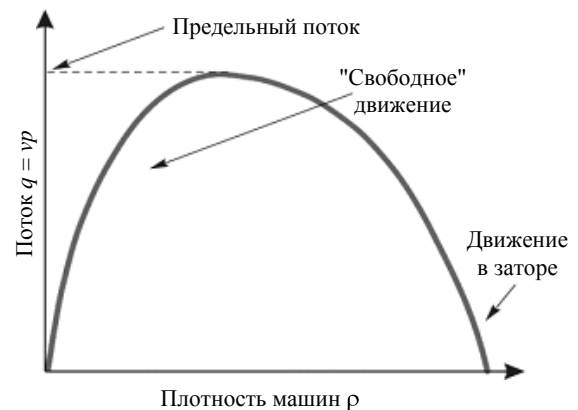


Рис. 1. Фундаментальная диаграмма (а) и фазовые состояния автотранспортного потока (б)

Наука об автомобильном трафике в России представлена работами В. Ф. Бабкова и его учеников [5]. Так, например, для классификации автотранспортных потоков В. Ф. Бабков в 1970-х годах [5] ввел понятия "свободного", "частично-связан-

ного", "связанного" и "насыщенного" потоков. Эта классификация основывалась на анализе соответствующих фрагментов фундаментальной (основной) диаграммы, которая отображает на фазовой плоскости  $\{\rho q\}$  возможные состояния ансамбля автомобилей ( $\rho$  — плотность автомобилей на автомагистрали,  $q$  — интенсивность их потока).

В классификации В. Ф. Бабкова частично-связанный поток характеризуется формированием короткоживущих кластеров автомобилей, которые трансформируются в большие кластеры в связанном потоке [5]. Движение автомобилей в насыщенном потоке, соответствующем убывающей ветви основной диаграммы, становится неустойчивым, их поток распадается на отдельные группы автомобилей с неравномерным движением. При уменьшении средней скорости до  $\sim 20$  км/ч начинается формирование заторов [5].

Существование двух ветвей зависимости  $q = q(\rho)$  также использовалось для классификации фазовых состояний автотранспортных потоков; возрастающая ветвь связывалась со "свободным" движением автомобилей (free flow или uncongested traffic), а убывающая ветвь — с "перегруженным" потоком (congested traffic) [6].

Обычно транспортный поток принято рассматривать аналогично потоку жидкости или газа, поэтому понятие "фазового перехода" в транспортном потоке было введено по аналогии с фазовыми переходами в жидкостях, т. е. это качественные скачкообразные изменения в его средней скорости и плотности. Но даже достаточно сложные представления о фазах автотранспортного потока [7], когда его поведение уподобляется фазовым переходам газ  $\rightarrow$  жидкость  $\rightarrow$  замерзающая жидкость  $\rightarrow$  лед — не совсем адекватно описывает фазовые переходы и фазовые состояния потока автомобилей. Причина и механизм фазовых переходов, происходящих в автотранспортном потоке, до сих пор неясны.

В 1996 г. Б. С. Кернер [8, 9], анализируя эмпирические данные корпорации Daimler Chrysler, предложил добавить в классическое представление о движении автомобилей либо в режиме свободного потока, либо в режиме затора третью промежуточную стадию. В результате получилась следующая классификация фаз движения транспортного потока (см. рис. 1, б):

- свободное движение (*free flow*);
- синхронизованное движение (*synchronized flow*);
- движение в заторах (*wide moving jams*).

Эти состояния потока автомобилей отвечают различным фрагментам основной диаграммы, которые принципиально отличаются друг от друга по наблюдаемым свойствам, т. е., согласно Б. С. Кернеру, в транспортных потоках реализу-

ются три принципиальные фазы, и если обычная жидкость может просто течь или замерзнуть, то у транспортного потока есть третья, "полузастывшее" — желеобразное состояние. Это "синхронизованное движение автомобилей", когда машины мешают друг другу разогнаться до оптимальной скорости, при этом поток не переходит в состояния затора.

При свободном движении, когда дорога незагружена, водители придерживаются желаемой скорости, свободно переходя на соседние полосы. Корреляции в движении отдельных автомобилей подавлены, и средняя скорость автомобилей определяется только средним расстоянием между ними.

Когда движение становится достаточно плотным, водители уже не могут свободно маневрировать и вынуждены согласовывать свою скорость со скоростью потока. Это и есть синхронизованная фаза движения автомобилей, иными словами, в этом потоке формируются большие кластеры автомобилей, которые перемещаются по автомагистрали как единое целое. Такой кластер может распространяться на все ряды автомагистрали и содержать десятки автомобилей по направлению движения. В этом случае корреляции в движении отдельных автомобилей достаточно велики, и средняя скорость потока  $v$  контролируется не только плотностью автомобилей, но и рядом других параметров.

Как результат, на основной диаграмме (см. рис. 1, б) возникает целая двухмерная область возможных состояний автотранспортного потока — область сильно рассеянных состояний (*widely scattered states*), что может свидетельствовать о принципиальном изменении свойств движения автомобилей в перегруженном транспортном потоке по сравнению со свободным потоком. При такой классификации синхронизованная мода движения автомобилей соответствует насыщенному транспортному потоку по классификации В. Ф. Бабкова.

Это представление подвергалось дальнейшей модификации. Некоторые исследователи выделяют отдельно стадию старт-стоп (*stop-and-go*) движения, когда при большом скоплении автомобилей движение потока приобретает прерывистый характер. Д. Хелбинг вместе с коллегами насчитали уже шесть фаз [10], четыре из них соответствуют разного рода "волнам плотности" в потоке, где скопления или кластеры автомобилей чередуются с участками свободного движения. Сейчас часто синхронизованное движение и движение в заторах объединяются понятием "перегруженного транспортного потока" (*congested traffic flow*), что отражает значительное взаимодействие и корреляции в движении автомобилей в данных случаях.

Тем не менее концепция новой "синхронизованной фазы" и по настоящее время вызывает де-

баты, в частности, К. Ф. Даганзо [7, 11] связывает все сложные явления, возникающие в автотранспортных потоках, либо с внешними причинами — "сужениями" (смена рядности, сужения, неоднородности дороги и др.), либо с локальными помехами (локальное изменение скорости, локальные помехи), а также с такими причинами, как неодинаковость самих транспортных средств.

В рамках данной статьи проведено исследование эмпирических данных, собранных на линейном участке одной из ветвей Лефортовского туннеля 3-го автотранспортного кольца Москвы в 2004—2005 гг. При этом показано, что наблюдаемый перегруженный поток автомобилей действительно обладает свойствами кооперативной динамики и может трактоваться как синхронизованная мода движения автомобилей.

### Анализ эмпирических данных

Динамика транспортных потоков в протяженных туннелях глубокого залегания изучается, по крайней мере, с середины XX века [12, 13]. Интерес к этой проблематике связан несколькими причинами. Первая и, возможно, главная из них — безопасность. Формирование заторов в протяженных туннелях связано с повышенной опасностью, и чтобы эффективно управлять движением в таких туннелях, необходимо знать, как обнаруживать критические состояния потоков, приводящих к образованию заторов. Вторая причина заключается в том, что поток автомобилей в туннелях сам по себе является интересным объектом для изучения основных свойств динамики ансамбля автомобилей на дороге. Протяженные туннели обычно хорошо оборудованы для мониторинга движения автомобилей, что и дает уникальную возможность получать детальную информацию о пространственно-временных структурах автотранспортных потоков на всей длине туннеля.

В данной работе проанализированы эмпирические данные, собранные в 2004—2005 гг. на линейном участке верхней ветки (рис. 2) Лефортовского туннеля 3-го автотранспортного кольца Москвы.

Туннель состоит из двух ветвей. Верхняя ветвь представляет собой трехполосный "линейный" туннель глубокого залегания, длина его около 3 км. Именно на этой ветви и были собраны представленные данные. Туннель оборудован стационарными радиодетекторами, равномерно распределенными вдоль него в шахматном порядке на расстоянии 60 м друг от друга. Технические особенности этих детекторов позволяют измерять скорость и занятость на крайних полосах через каждые 120 м, в то время как характеристики движения автомобилей на средней полосе фиксируются через каждые 60 м. Эмпирические данные усреднялись в течение 30 с.

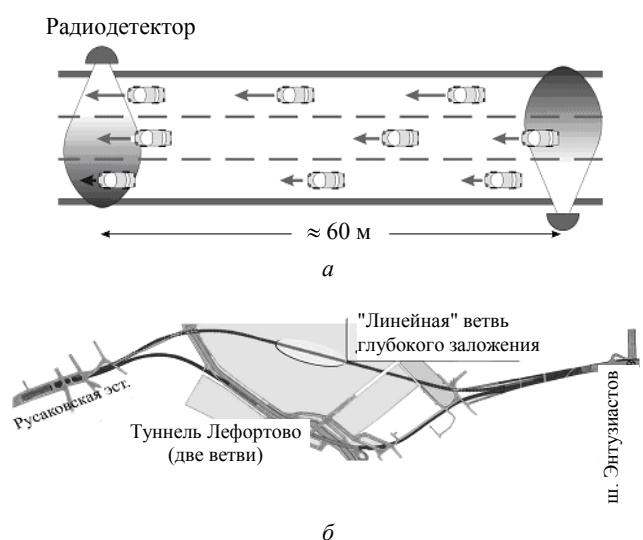


Рис. 2. Структура туннеля в Лефортово: а — фрагмент туннеля; б — фрагмент 3-го автотранспортного кольца Москвы

Каждый детектор измеряет три характеристики автотранспортного потока для каждой из полос движения: интенсивность потока  $q$ , скорость автомобилей  $v$  и занятость полосы  $k$ . Занятость является аналогией плотности автомобилей и ее можно определить как общее относительное время, в течение которого автомобиль находится в зоне видимости данного детектора в пределах усредняемого интервала времени. Занятость измеряется в процентах.

Для выделения ведущих параметров данной системы и оценки их релевантности рассмотрим рис. 3. На нем показаны пространственные автокорреляции в занятости, скорости и интенсивности потока автомобилей, измеренные системой детекторов на средней полосе 28.09.2005, когда доминировало перегруженное состояние автотранспортного потока.

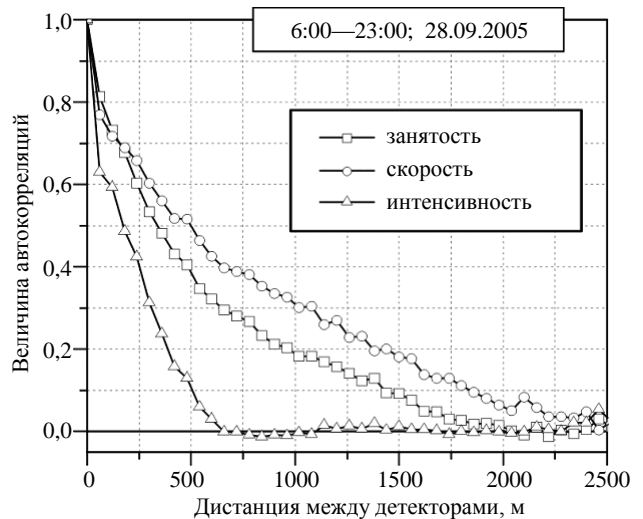


Рис. 3. Автокорреляция занятости, скорости автомобилей и интенсивности потока как функция расстояния между детекторами

В согласии с данными о единичных автомобилях [14] перегруженное движение последних характеризуется существенными корреляциями, особенно это касается скорости автомобилей. Значения интенсивности потока существенно коррелируют только в пределах нескольких соседних детекторов (на расстоянии около нескольких сотен метров), в то время как значения скорости и занятости коррелируют на дистанции порядка половины протяженности туннеля, т. е. примерно на длине 1 км.

### Анализ фундаментальной диаграммы и ее проекций

В данном разделе исследуется фундаментальная диаграмма, построенная на основе данных, собранных всеми детекторами туннеля 31.05.2004. Видно, что широко рассеянные состояния наблюдаются при значениях занятости между 15—35 %.

Рассматриваемая фундаментальная диаграмма была построена следующим образом. Фазовое пространство  $(k, v, q)$  было разделено на ячейки размерами  $1 (\%) \times 1 (\text{км/ч}) \times 0,01 (\text{авт/с})$ , соответственно. Каждые 30 с состояния, попавшие в ячейку, дают соответствующее распределение (число состояний). Принимая во внимание достаточно большой интервал времени наблюдения за движением всеми детекторами, а затем разделив результат на общее количество записей, мы получаем трехмерное распределение  $P(k, v, q)$  состояния транспортного потока на этом фазовом пространстве. Для того чтобы разъяснить полученные результаты, рассмотрим проекции трехмерного распределения  $P(k, v, q)$  на каждую из трех фазовых плоскостей  $\{kq\}$ ,  $\{kv\}$  и  $\{vq\}$ . Кроме того, при проектировании на фазовую плоскость некоторые "слои" можно выделить, например, с помощью выражения

$$P_{DV}(k, q) \propto \int_{v \in DV} P(k, v, q) dv.$$

Оно определяет проекцию "слоя" (правильнее называть их срезами)  $DV = (v_{\min}, v_{\max})$  на плоскость  $\{kq\}$ . Эти значения нормированы и приведены в некоторых относительных единицах. Такие распределения также относятся к так называемым срезам фундаментальной диаграммы.

### Проекция фундаментальной диаграммы и ее срезов

Проекция полной фундаментальной диаграммы на плоскость  $\{kq\}$  (левый верхний фрейм), а также ее параллельные срезы при разных постоянных значениях скорости представлены на рис. 4, *a*—*v*. На этом фрейме полной проекции две ветви выде-

лены по отношению  $v \leq 21 \text{ км/ч} \cdot (k/k_{c2})$ , где критическое значение занятости около  $k_{c2} = 31 \%$ , что соответствует другим нашим результатам, которые будут продемонстрированы дальше. Эти две ветви с малой степенью перекрытия действительно разделены переходом от легкого до тяжелого синхронизированного трафика. Данные срезы при фиксированных значениях скорости демонстрируют тот факт, что наблюдались, по крайней мере, три различных состояния тяжелого перегруженного трафика. Это отражается в существовании трех ветвей, что хорошо видно при значениях  $v = 19, 13$  и  $7 \text{ км/ч}$ .

Дополнительный анализ показал, что каждая из этих ветвей может быть связана с различными длинами транспортных средств (каждой ветви соответствует своя индивидуальная длина транспортного средства). В частности, на рис. 4 верхнюю ветвь формируют более короткие, в среднем транспортные средства. Распределение состояний транспортного потока становится однородным скорее для очень низких скоростей, соответствующих формированию затора. В целом фундаментальная диаграмма перегруженного трафика описывается клювообразной областью.

Рис. 4, *б* демонстрирует аналогичную проекцию фундаментальной диаграммы на плоскость  $\{kv\}$  (все величины оцениваются  $Q$ ). Для низких значений скорости потока четко видны два состояния движения, свободный поток и затор. Область значений  $0,3 < Q < 0,4$  (авт/с) действительно демонстрирует легкую и тяжелую фазы синхронизированного потока, причем последняя фаза в свою очередь разделяется на несколько ветвей. Последний срез наблюдался при значениях  $Q > 0,6$  авт/с, что соответствует большим значениям интенсивности потока движения автомобилей, показывает переход от двух легких к тяжелой фазе синхронизированного движения. Это четко видно в области критического значения занятости  $k_{c2} = 31 \%$ , где скорость падает до значений примерно  $18 \text{ км/ч}$ .

Следует отметить, что оба этих состояния транспортного потока распространяются с сопоставимой интенсивностью по обе стороны от фазового перехода при значениях  $k = k_{c2}$ . Это дает возможность предположить, что этот фазовый переход протекает одинаково в обоих направлениях.

Полная проекция целой фундаментальной диаграммы на плоскость  $\{kv\}$  также демонстрирует этот фазовый переход как существование двух точек накопления состояний транспортного потока движения в области легкого синхронизированного движения и в окрестностях фазового перехода между двумя состояниями синхронизированного движения. Последняя особенность ставит вопрос о

возможности существования явления, подобного "stop-and-go waves" (старт-стоп движению), но ос-

нованного на переходах между различными состояниями синхронизированного движения.

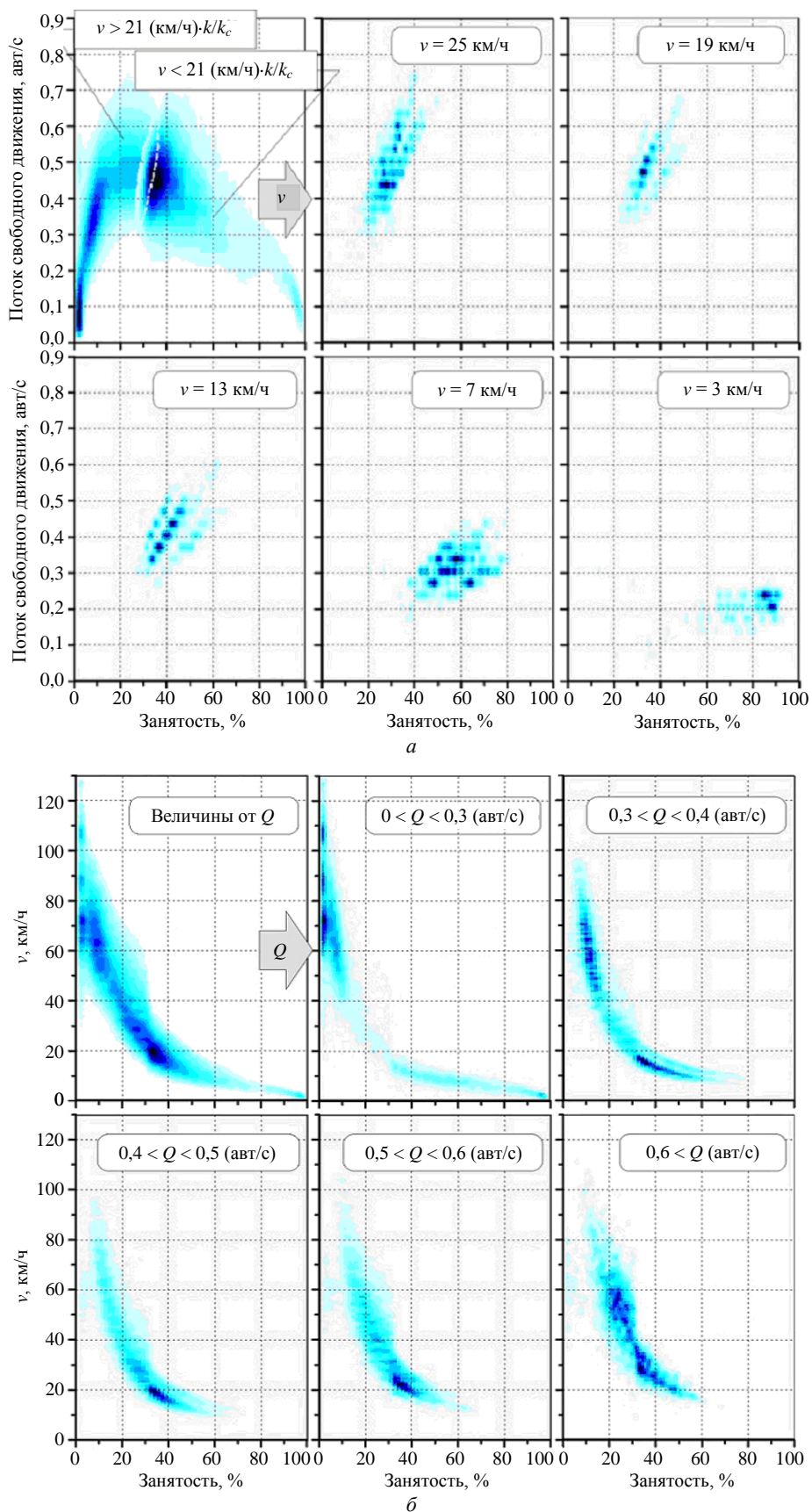


Рис. 4. Проекция полной фундаментальной диаграммы на плоскость:

*a* —  $\{kq\}$  (левый верхний фрейм), а также ее параллельные срезы при разных фиксированных значениях скорости  $v = 25, 19, 13,7$  и  $3 \text{ км/ч}$ ; *б* —  $\{kv\}$  (левый верхний фрейм), а также ее параллельные срезы при разных фиксированных значениях интенсивности потока  $Q$ ;

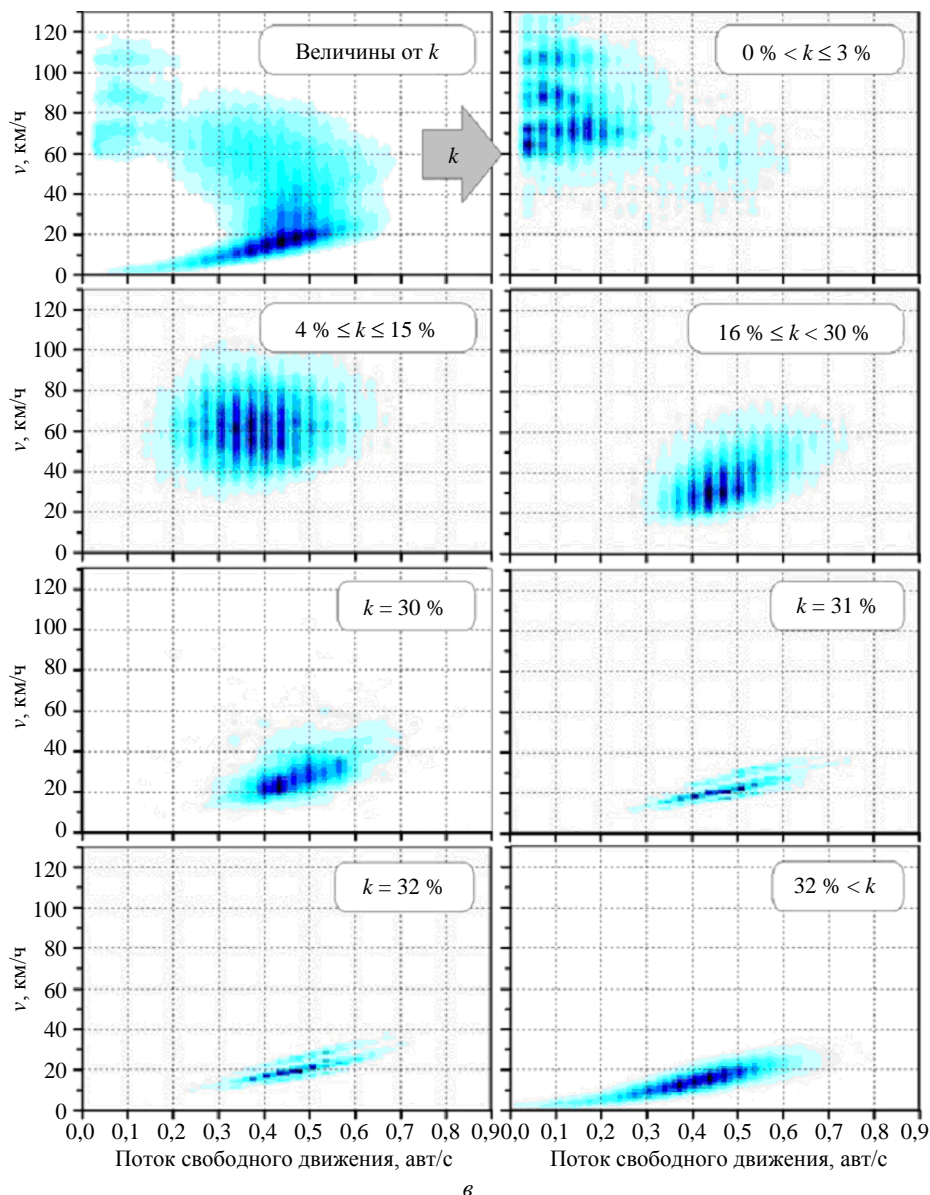


Рис. 4. Окончание:

$v$  —  $\{q, v\}$  (левый верхний фрейм), а также ее параллельные срезы при разных фиксированных значениях занятости  $k$

На рис. 4,  $v$  показаны проекции фундаментальной диаграммы на плоскость  $\{q, v\}$  и эволюция ее срезов для фиксированных значений занятости (все величины оцениваются  $k$ ). Видны четыре разных фазовых состояния автомобильного трафика в туннеле. В первой фазе — фазе свободного движения четко видны три ветви. Наиболее вероятное их объяснение — возможность обгонов, которая может проводить сепарацию потока по скоростным типам транспортных средств: грузовикам, легковым автомобилям и высокоскоростным легковым автомобилям (к примеру, иномарок). С ростом интенсивности потока растет и занятость. Когда эти три ветви завершаются, за ними следует через определенный фазовый переход бесструктурная двухмерная область. Подобное разделение по скоростным типам автомобилей наблюдается не всегда. Затем в свою очередь это фазовое состояние сменяется структурным доменом, который

сам преобразуется в бесструктурную область — область, соответствующую затору.

#### Контурное представление проекции фундаментальной диаграммы

Проанализируем фундаментальную диаграмму посредством представления ее проекции линиями постоянного уровня. На рис. 5 изображено распределение состояний автотранспортного потока в фазовых плоскостях  $\{k, v\}$  и  $\{k, q\}$ , построенных на основе эмпирических данных, которые были зафиксированы всеми детекторами 31.05.2004. При построении этих функций распределения фазовые плоскости уже делились на ячейки размерами  $1 (\%) \times 2$  (км/ч) и  $1 (\%) \times 0,02$  (авт/с), соответственно, и считалось число "попаданий" состояния транспортного потока в выделенную ячейку каждые 30 с.

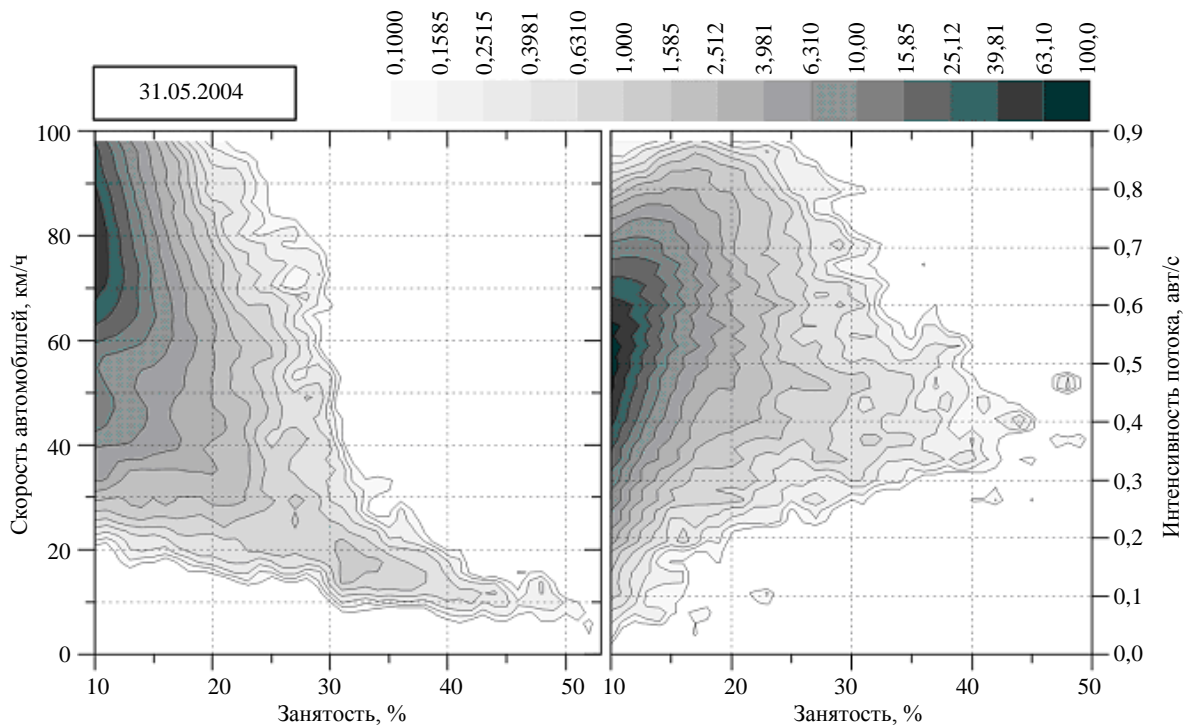


Рис. 5. Контурное представление фундаментальной диаграммы для Лефортовского туннеля

Параметры транспортного потока были вычислены путем усреднения по всем детекторам измеряемых значений занятости, скорости и интенсивности потока.

На рис. 5 полученные распределения показаны в виде линий уровня или линий равных значений в некоторых относительных единицах. В логарифмическом масштабе эти уровни являются эквидистантными. Логарифмическое представление позволяет выявить характер фазовой диаграммы в области высокой занятости (высокой плотности).

Левая область каждой из построенных основных диаграмм отвечает состояниям "свободного движения", что наиболее ясно видно на верхнем правом фрагменте рис. 5, где затемненная область фактически визуализирует часть взаимосвязи интенсивности потока и плотности при "свободном движении" автомобилей в области относительно высоких плотностей.

Полученные распределения даже для "свободного" потока оказываются достаточно рассеянными, что, возможно, происходит из-за логарифмического представления. Область значений занятости примерно между 15—35 % отвечает другому состоянию транспортных потоков — так называемому "синхронизованному" движению автомобилей, и на основной диаграмме имеет вид "области широко рассеянных состояний" [14, 15]. Наличие области широко рассеянных состояний отражается тем фактом, что логарифмически эквидистантные уровни равных значений полученных распределений оказываются менее плотными, чем для "сво-

бодного" потока. Именно этот режим и соответствует кооперативному движению автомобилей в перегруженных транспортных потоках.

### Динамика ансамбля автомобилей в фазовом пространстве

Рассмотрим особенности фазового портрета наблюдаемой динамики перегруженных автотранспортных потоков и соотношения случайной и регулярной компонент соответствующей обобщенной силы.

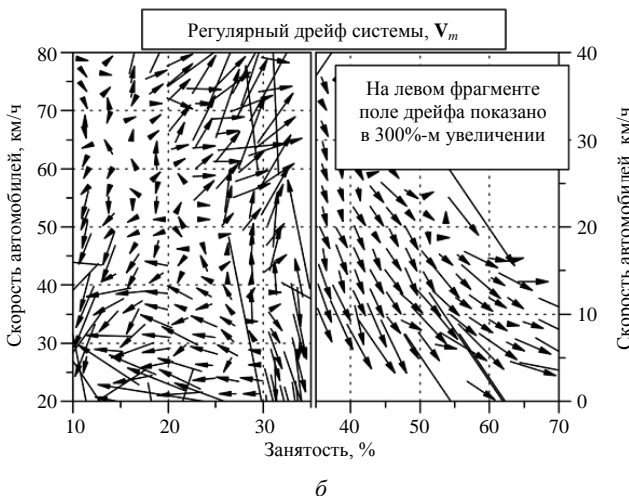
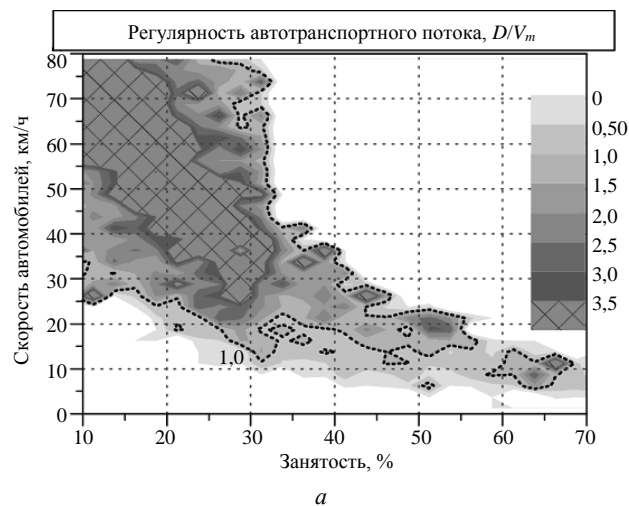
Характеристики динамики ансамбля автомобилей в фазовом пространстве  $\{k, v\}$  изучались с помощью метода, аналогичного использованному в работе [16], а именно, плоскость  $\{k, v\}$  делилась на ячейки  $\{C\}$  размером  $2,5 (\%) \times 2,5 (\text{км/ч})$ .

Пусть в момент времени  $t$  характеристики автотранспортного потока, измеренные данным детектором, попадают в ячейку  $C_i$ . Через промежуток времени  $dt = 30 \text{ с}$ , равный интервалу усреднения, следующие измерения этого же самого детектора оказываются в ячейке  $C_j$ . Тогда вектор  $d\mathbf{r} = \{dk_t, dv_t\}$ , где  $dk_t = k_j - k_i$  и  $dv_t = v_j - v_i$  описывает перемещение системы на фазовой плоскости из точки  $\mathbf{r}_i = \{k_i, v_i\}$  в момент  $t$ . Для реализации описанного алгоритма были использованы данные, собранные детекторами 28.09.2005. Усреднение векторов смещения по времени и всем детекторам дает поле регулярного дрейфа  $V_m(\mathbf{r}) = \langle d\mathbf{r} \rangle / dt$  и интенсивность  $D(\mathbf{r})$  случайной компоненты действующей

случайной силы, определяемой соотношением

$$Ddt = \sqrt{\langle |d\mathbf{r}| \rangle^2 - \langle d\mathbf{r} \rangle^2}.$$

Полученные поля показаны на рис. 6, на рис. 6, *a* изображено отношение  $\eta = D/|V_m|$ . Белая область отвечает ячейкам, где не было получено измерений. В области, где  $\eta > 3,5$ , динамика ансамбля автомобилей является преимущественно случайной. Между белой и заштрихованной областями содержится несколько уровней  $\eta$ , и уровень  $\eta = 1,0$  выделен пунктирной линией как граничное состояние между относительно регулярной и хаотической динамикой. При малых значениях  $\eta$  динамика ансамбля автомобилей становится практически регулярной. На рис. 6, *б* дано поле дрейфа  $V_m(\mathbf{r})$ . Поскольку его интенсивность существенно изменяется в различных частях плоскости  $\{k, v\}$ , то для наглядности использованы два отдельных окна. В левом окне поле сдвига показано с трехкратным увеличением относительно правого окна. Обсудим их по отдельности.



**Рис. 6. Структура фазового портрета динамики ансамбля автомобилей в пространстве  $\{k, v\}$ :**

*a* — отношения между случайной и регулярной компонентами действующей силы; *б* — поле регулярного дрейфа системы в фазовом пространстве

Динамика системы в правом окне в значительной степени регулярна, и поле  $V_m(\mathbf{r})$  соответствует необратимому дрейфу системы в сторону меньших скоростей и более высоких плотностей, другими словами, это — визуализация необратимого образования затора. Действительно, в этот день был зарегистрирован, по крайней мере, один затор. Следует отметить, что переходная область, фактически определяющая разделение этих окон, располагается в окрестности  $k = 35\%$ , и ее ширина составляет менее 5%.

Таким образом, наблюдаемое формирование затора связано с "разрушением" фазы кооперативного движения автомобилей, что находится в согласии с другими данными [9].

Как и следовало ожидать, исходя из результатов, представленных на рис. 6, *a*, фазовый портрет дрейфа системы в левом окне оказывается достаточно зашумленным, тем не менее здесь можно выделить окрестность  $Q_0$  ниспадающей диагонали окна, где динамика системы является абсолютно хаотической, по крайней мере, найденные значения  $V_m(\mathbf{r})$  относительно малы и их направления не образуют никакой регулярной структуры. За пределами этой области поле  $V_m(\mathbf{r})$  становится более регулярным, и полученные данные позволяют оценить его характерное направление. Неожиданным оказался тот факт, что поле  $V_m(\mathbf{r})$ , пересекая данный участок, не меняет своего направления на противоположное, как это должно было бы произойти, если бы нулевые значения регулярного поля  $V_m(\mathbf{r})$  располагались в области  $Q_0$ .

Наблюдаемое поведение динамической системы можно объяснить, обращаясь к понятию динамических ловушек, возникновение которых обусловлено человеческим фактором. Это также предсказывает существование совокупности долгоживущих состояний фазы кооперативного движения перегруженных автотранспортных потоков как результат определенных неравновесных фазовых переходов [17—19].

## Заключение

Работа посвящена анализу эмпирических данных автотранспортных потоков, собранных на линейном участке Лефортовского туннеля 3-го автотранспортного кольца Москвы в 2004—2005 гг.

Проведенный анализ дает очень сложную структуру фундаментальной диаграммы, которая рассматривается как распределение состояний транспортного потока и строится фазовое пространство  $(k, v, q)$  путем разбиения на ячейки  $[1 (\%) \times 1 (\text{км/ч}) \times 0,01 (\text{авт./с})]$  и записи числа состояний в каждой из этих ячеек.

С помощью анализа трех проекций этого трехмерного распределения и его различных срезов удалось обнаружить четыре возможных состояния трафика: свободный поток, легкая синхронизированная мода, тяжелая синхронизированная мода и затор. Оказалось, что свободный поток и тяжелая синхронизированная мода имеют подструктуру, а легкая синхронизированная мода и состояние затора являются бесструктурными.

Свободный поток иногда может разделяться на три ветви, связанные с типом транспортных средств, движущихся с разной средней скоростью: грузовики, легковые автомобили и высокоскоростные легковые автомобили. Эти три ветви существуют, пока занятость меньше, чем определенное критическое значение  $k < k_{c1} \approx 3\%$  — это четко видно на проекции на плоскость  $\{q, v\}$ . С ростом занятости появляется легкая синхронизированность движения, что характеризуется бесструктурной областью ширококорассеянных состояний. При дальнейшем росте занятости, когда  $k_{c2} \approx 31\%$ , фаза тяжелого синхронизированного трафика сменяет предыдущее фазовое состояние. Этот переход сопровождается некоторым прыжком в значении средней скорости.

На проекциях на плоскости  $\{kq\}$ ,  $\{kv\}$  и  $\{vq\}$  кажется, что широко рассеянные состояния равномерно распределены внутри определенной области, однако соответствующие срезы фундаментальной диаграммы демонстрируют существование подструктур у данного фазового состояния, которые снова включают в себя, по крайней мере, три различные ветви.

Проведенный анализ показал, что данные ветви могут быть связаны с различной длиной транспортных средств. Фаза затора, как и следовало ожидать, может быть объяснена определенной взаимосвязью значений потока  $q$ , средней скорости  $v$  и занятости  $k$ , в частности, это можно записать в виде некой функции  $v = v(k)$ .

Несмотря на сложную структуру фундаментальной диаграммы и существование четырех различных фазовых состояний, распределение обнаруженных состояний, по сути, бимодально. Один из максимумов находится в начале области легко синхронизированной моды, в то время как другой максимум лежит в области перехода между двумя фазами синхронизированного движения.

Показано, что наблюдаемая динамика перегруженных автотранспортных потоков в данном туннеле действительно демонстрирует кооперативные явления в движении автомобилей, а именно, на фундаментальных диаграммах имеется область ширококорассеянных состояний, что является типичной особенностью синхронизированного движения автомобилей. Кроме того, пространствен-

ные автокорреляции скорости автомобилей и занятости полос движения существенны, и для перегруженного потока автомобилей эти величины коррелируют на расстояниях порядка 1 км.

Изучен динамический портрет системы в фазовой плоскости "занятость—скорость" ( $\{kv\}$ ). Продемонстрировано существование двух областей, где свойства динамики системы заметно различаются. Одна из них фактически совпадает с областью кооперативного движения автомобилей и содержит некоторое ядро, где динамика является чисто хаотической. Важно, что обнаруженное поле регулярного дрейфа системы за пределами этой области не меняет своего направления, когда пересекает ее. Последнее свойство является подтверждением гипотезы о существовании динамических ловушек в перегруженных потоках автомобилей и их роли в формировании континуума долгоживущих состояний в фазе кооперативного движения автомобилей. Другая часть фазовой плоскости соответствует необратимому состоянию образования пробки.

Эти две области разделены относительно узким переходным слоем, расположенным в окрестности  $k = 35\%$ , что подтверждает модель формирования затора как фазового перехода первого рода в результате "разрушения" состояния кооперативного движения автомобилей.

Данная работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ № 06-08-89501 и DFG GZ: MA 1508/8-1.

#### Л и т е р а т у р а

1. Edie L. G., Foote R. S. Traffic flow in Tunnels. Highway Research Board: Proc. Annu. Meet. 1958. V. 37. P. 334—344.
2. Lighthill M. J., Whitham G. B. On kinematic waves: II. A Theory of traffic flow on long crowded roads// Proc. Roy. Soc. A. — London, 1955. V. 229. No. 1178. P. 281—345.
3. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977.
4. Drake J. S., Schofer J. L., May A. D.// Highway Res. Rec. 1967. V. 154. P. 53.
5. Бабков В. Ф. Автомобильные магистрали. — М.: Транспорт, 1974.
6. Hall F. L. Traffic Stream Characteristics", in: "Traffic Flow Theory", edited by N. Gartner, Messer C. J., Rathi A. K.// Transp. Res. Board, Special Report. 1992. V. 165. Chap. 2.
7. Семенов В. В.// Нелинейный мир. 2005. № 5—6. Ч. 1.
8. Kerner B. S., Rehborn H.// Phys. Rev. E. 1996. V. 53. P. R 4275.
9. Kerner B. S. Physics of traffic flow. Springer. — Berlin, 2004.
10. Shvetsov V., Helbing D. // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. P. 6328.
11. Daganzo C. F. Remarks on traffic flow modeling and its applications, (<http://www.ce.berkeley.edu/~daganzo/publications.htm>).

12. *Chin H. C., May A. D.* Examination of the speed-flow relationship at the caldecott tunnel. Transportation research record, 1320; Transportation Reserch Board (NRC, Washington, DC). 1991. P. 1—15.
13. *Rothery R. W.* Car following models. Traffic Flow Theory, Transportation Research Board, Special Report, 165, ed. by Gartner N., Messer C. J., Rathi A. K., 1992. Chap. 4.
14. *Neubert L., Santen L., Schadschneider A., Schreckenberg M.* Phys. Rev. E. 1999. V. 60. P. 6480.
15. *Helbing D.* Rev. Mod. Phys. 2001. V. 73. P. 1067.
16. *Friedrich R., Kriso S., Peinke J., Wagner P.* Phys. Lett. A. 2002. V. 299. P. 287.
17. *Lubashevsky I., Mahnke R., Wagner P., Kalenkov S.* Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 016117.
18. *Lubashevsky I., Hajimahmoodzadeh M., Katsnelson A., Wagner P.* Eur. Phys. J. B. 2003. V. 36. P. 115.
19. *Lubashevsky I., Mahnke R., Hajimahmoodzadeh M., Katsnelson A.* Ibid. 2005. V. 44. P. 63.

Статья поступила в редакцию 29 мая 2008 г.

## Phase state complexity of statistical ensemble of self-driving particles

*I. A. Lubashevsky, N. G. Gusein-zade*

Prokhorov General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia

E-mail: rukh@fgl.gpi.ru

*C. G. Garnisov, B. Yu. Lifshits*

MIREA, Moscow, Russia

*The paper is devoted to cooperative phenomena in particular the phase transitions in various statistical systems. Actually the paper is concerned with phenomena typically analyzed within the frameworks of statistical physics. At the same time these phenomena are observed in statistical ensembles of self-driving particles or elements with nonphysical nature.*

*This allows to use the classical methods and ideas of statistical physics to analyse the systems. Which do not relate to the physics itself. Including the situations where the human factor is of a key importance. By way of example it discusses the general properties and features of phase transitions exhibited by traffic flow.*

PACS: 02.50.-r

УДК 621.382

## Модели процесса возникновения $1/f$ -шума в полупроводниковых структурах

*В. Ю. Холкин*

Северо-Западный государственный заочный технический университет,

Санкт-Петербург, Россия

E-mail: office@nwpi.ru

*Рассмотрены модели возникновения  $1/f$ -шума в полупроводниковых структурах как результаты барьерного эффекта и пуассоновского процесса. Дано объяснение наличию пределов значения степени  $y$  в эмпирической формуле  $1/f^y$ .*

PACS: 85.30.-z

### Введение

Исследование низкочастотного шума с распределением спектральной плотности мощности шума  $1/f^y$ , где  $f$  — частота, началось в середине прош-

лого века [1], что обусловлено активным использованием твердотельной технологии, основанной на использовании свойств полупроводниковых структур при изготовлении компонентов радиоэлектронной техники.