

2. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Генерация гармоник лазерного излучения в процессе ионизации газа// Квантовая электроника. 2007. Т. 37. № 10. С. 924.

3. Pukhov A. Strong field interaction of laser radiation// Rep. Prog. Phys. 2003. V. 66. P. 47—101.

4. Lewenstein M., Balkou Ph., Ivanov M. et al. Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields// Phys. Rev. A. 1994. V. 49. P. 2117—2132.

5. Ehlotzky F., Jaron A., Kaminski J. Z. Electron-atom collisions in a laser field// Physics Reports. 1998. No. 297. P. 63—153.

6. Попов В. С. Туннельная и многофотонная ионизация атомов и ионов в сильном лазерном поле (теория Келдыша)// УФН. 2004. Т. 174. С. 921.

7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. — М.: Наука, 1974.

8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1988.

9. Hu S. X. et al.// Physical Review A. 1998. V. 64. P. 013410.

Статья поступила в редакцию 25 ноября 2008 г.

The induced emission of a hydrogen like atom in monochromatic electric field

V. I. Krylov

Fareast State University, Khabarovsk, Russia

E-mail: boss@khspu.ru

A. A. Rukhadze

Prokhorov General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia

Starting from the behavior of a nonstationar problem electron wave function the electron current density in hydrogen like atom in external strong homogeneous monochromatic field is determined. It was shown the electromagnetic field stimulated by atomic electron significantly can differ from monochromatic one and contain high odd harmonics of the frequency of external field. Such mechanism of harmonic generation differ from the mechanism of stipulated by atomic electron tunneling and dominate when the last is impossible. It can be considered as a result of nonlinear atom polarization in a strong high frequency electric field.

PACS: 41.20.-q

УДК 537.531: 621.373: 537.567

Частичная когерентность излучения электронного сгустка

М. А. Горбунов, А. Н. Лебедев

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

E-mail: lebedev@sci.lebedev.ru, ujh@mail.ru

Рассмотрена модель релятивистского сгустка излучателей с заданной пространственной неопределенностью. Обсуждены вопросы когерентного излучения, связанные с временной и пространственной когерентностью излучателей. Рассчитанные спектрально-угловые характеристики позволяют судить о доли когерентного излучения относительно полных радиационных потерь сгустка. Представлены зависимости спектрально-угловых характеристик от плотности излучателей в сгустке, в том числе и при плотности излучателей один электрон на длину волны.

PACS: 41.75.-i

Введение

Физическая картина интерференции двух (реже многих) электромагнитных волн хорошо известна и сводится, как правило, к появлению интерференционных линий с увеличенной (или уменьшен-

ной) интенсивностью [1—4]. Эта же картина переносится на излучение дискретных источников, находящихся на упорядоченных расстояниях порядка длины волны излучения. Как правило, рассматриваются два предельных случая.

Первый случай — это абсолютная упорядоченность положения и фазы N источников, когда интенсивность в максимумах интерференционных полос пропорциональна N^2 .

Второй случай — когда абсолютный разброс в положении источников и/или их фаз велик, мощность излучения пропорциональна N и по своим спектрально-угловым характеристикам ничем не отличается от излучения одного источника (спонтанное излучение). Однако развитие новых источников излучения, таких как лазеры на свободных электронах (ЛСЭ), делает актуальными случаи, когда система находится в промежуточном состоянии искусственно фазированных источников, расстояния между которыми могут быть частично коррелированы. Такое излучение, сочетающее в себе свойства и когерентного, и спонтанного излучения, мы будем называть частично когерентным.

Последовательная теория когерентного излучения сгустка должна дать ответ на ряд вопросов, относящихся к расчету пучковых систем с различной степенью плотности и упорядоченности излучателей.

- Для пучков с высокой плотностью зарядов необходимо исследование предельного перехода к режиму постоянного тока. Действительно, спонтанное излучение происходит из-за флуктуаций плотности тока, а постоянный однородный ток, как известно, не излучает. Возникает вопрос, как и когда исчезает излучение при увеличении плотности.

- До какой степени сохраняется когерентность излучения для очень далеко расположенных частиц.

- Насколько справедливо представление об интенсивности $\sim N^2$ для сгустка, размеры которого малы по сравнению с длиной волны.

- В применении к коротковолновым ЛСЭ — какова минимальная длина волны их излучения (отвлекаясь от технических трудностей), т. е. где лежит предел классической теории индуцированного излучения.

- В более практическом смысле — каково спектрально-угловое распределение сформированных сгустков в ондуляторном радиаторе, служащим, например, вторым каскадом мощного ЛСЭ.

Некоторые из этих вопросов рассмотрены ниже на упрощенной модели.

Описание модели

В качестве модели выбрана одномерная цепочка из N излучателей, расположенных в среднем на одинаковых расстояниях друг от друга с заданной

степенью неопределенности пространственного положения и движущихся вдоль плоского ондулятора (ось x) с некоторой скоростью βc . Такая модель позволяет анализировать спектрально-угловую состав излучения при различных степенях разреженности излучателей (вплоть до физически важного соотношения — одна частица на длине волны излучения). Кроме того, свободный выбор фактора упорядоченности частиц позволяет проследить эволюцию изменения спектрально-угловых характеристик как в предельных случаях полной упорядоченности и абсолютно случайного распределения, так и любого промежуточного значения, более важного с практической точки зрения.

Любая заданная реализация точечных источников дает в той или иной степени когерентную картину. Однако размытие интерференционных полос и их относительной яркости в среднем зависит от неопределенности положения источников. Идеальные максимумы $\sim N^2$ могут быть реализованы только в случае идеальной упорядоченности и фазированности. Любое неупорядоченное смещение ведет к изменению положения интерференционных полос и уменьшению их абсолютной интенсивности (ниже N^2).

Для простоты положим, что неопределенность частиц в пространственном расположении распределена по нормальному закону с дисперсией σ . Тогда для вычисления фактора когерентности, рассчитанного на одну частицу, необходимо вычислить двойную сумму [1]

$$C = \frac{1}{N} \left\langle \left| \sum_{k=1}^N \exp(i\psi_k) \right|^2 \right\rangle, \quad (1)$$

где ψ_k — фаза; угловые скобки обозначают усреднение в вероятностном смысле.

Это суммирование определяет когерентность излучения взаимно сфазированных частиц, поперечно (вдоль оси z) осциллирующих в поле ондулятора. Заметим, что каждая частица “когерентна” сама с собой по определению.

Если разность фаз между двумя соседними частицами в среднем равна α/N , то сумма (1) может быть легко вычислена

$$C(\alpha, A, N) = 1 + A \left(\frac{\sin^2 \alpha/2}{N \sin^2 \alpha/2N} - 1 \right), \quad (2)$$

где $A = \exp(-\sigma^2/2\Delta^2)$;

Δ — среднее расстояние между двумя соседними частицами.

Значение A изменяется от 0 для некоррелированного положения частиц до 1, когда расстояния строго одинаковы.

Выражение (2) верно, если частоты всех осцилляторов равны. Это справедливо в системе отсчета, движущейся вместе с электронами. Излучение монохромно в этой системе, и длина волны равна L/γ , где L — период ондулятора в лабораторной системе; γ — Лоренц-фактор.

Поскольку нас интересуют угловые характеристики излучения, радиационное поле выглядит как рассеянная под углами θ, φ в сферической системе координат с z -осью волна поля ондулятора, распространяющегося с фазовой скоростью $-\beta c$. Легко показать, что $\alpha = 2\pi\Delta/\lambda$,

$$\text{где } \lambda = \beta L / \gamma^2 (1 + \beta \sin \theta \cos \varphi) \quad (3)$$

совпадает с длиной волны излучения под углами θ, φ в лабораторной системе отсчета.

Критерий когерентности

Несколько важных выводов может быть сделано непосредственно из выражения (2). Прежде всего выражение в скобках — это когерентная добавка к единице, т. е. к спонтанному излучению. Оно умножено на размывающий фактор A , всегда уменьшающий когерентность, но полностью разрушающий ее только в предельном случае ($A = 0$).

Если среднее расстояние между частицами l много меньше длины волны, что соответствует плотному пучку, то когерентность максимальна:

$$C = 1 + (N - 1) \exp(-\sigma^2 N^2 / 2l^2). \quad (4)$$

Заметим, что выражение (4) не зависит от угла, так что система излучает как одна частица увеличенного заряда. Однако это увеличение ограничено “размывающим” фактором и в наиболее интересном случае $\sigma/l \ll 1$ достигает максимального значения $l/\sigma e^{1/2}$ при $N \approx l/\sigma$. Рис. 1 показывает, насколько критично влияние случайных смещений частиц даже в случае, когда их количество на единицу длины волны велико. Увеличение числа частиц внутри пучка может полностью разрушить когерентность, если среднее расстояние между частицами становится меньше, чем неопределенность их положения.

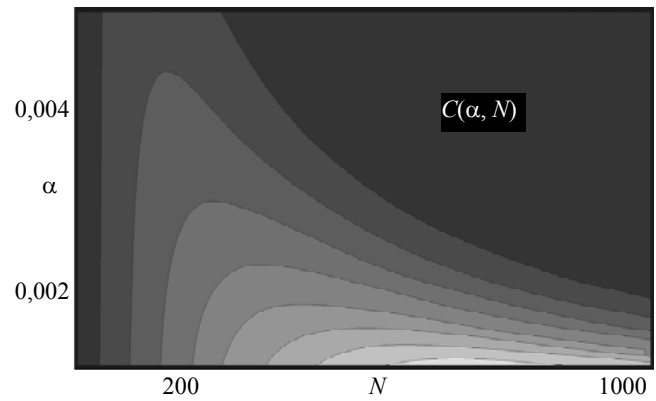


Рис. 1. Области частичной когерентности для плотного пучка “размазанных” частиц

Для некоторых приложений пучковой техники значимой может оказаться оценка когерентных эффектов в случаях малой плотности частиц на длине волны излучения. Так, например, для коротковолновых ЛСЭ, где необходимо применение релятивистской энергии, плотность тока пучка остается ограниченной хотя бы из-за ограниченности источника энергии. Но даже не вдаваясь в технические ограничения, из выражения (3) легко видеть, что параметр α растет пропорционально γ^2 .

Для больших α излучение имеет когерентные минимумы и максимумы $\sim N$ с шириной порядка N^1 , так как интерференционная часть выражения (2) проявляется прежде всего в направлениях с углами $[\alpha/2\pi N] \approx 0$ ([] обозначает дробную часть). Физически это соответствует случаю целого числа длин волн вдоль сгустка. Эти максимумы также ограничены размывающим фактором.

Как видно из (3), для релятивистского луча даже маленькое изменение телесного угла приводит к резкому возрастанию α . В этом контексте нужно говорить о наблюдаемой когерентности, определяемой доступной угловой (и спектральной в лабораторной системе) разрешающей способностью приемника излучения. Для иллюстрации этого мы показываем результат усреднения интенсивности по нескольким интерференционным максимумам. Нетрудно видеть, что такая кривая намного ниже закона $\propto N^2$.

Случай больших значений α соответствует ограничению когерентности для излучателей, находящихся на больших расстояниях (много длин волн) друг от друга (рис. 2). Формально когерентность в таком случае не исчезает, но из-за непредсказуемости углового распределения интерференционных максимумов использование такого режима как для поддержания индуцированных эффектов в ЛСЭ, так и для результирующего излучения весьма проблематично. С этой точки зрения целесообразно рассмотреть угловую направ-

ленность излучения в лабораторной, а не в собственной системе сгустка излучателей.

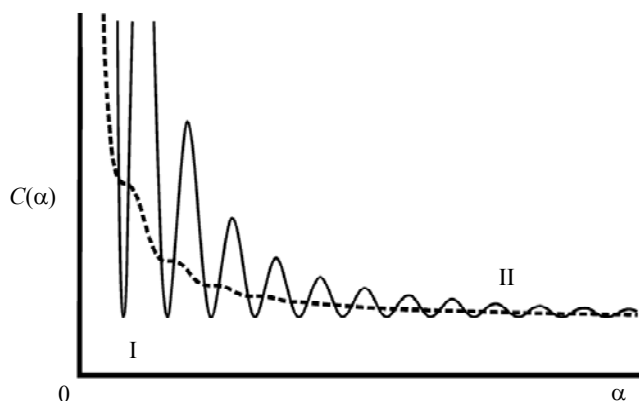


Рис. 2. Интерференционные максимумы и их усреднение: I — область максимальной когерентности; II — область минимальной когерентности

Вектор Пойнтинга и направленность излучения в лабораторной системе

Чтобы получить угловую направленность излученной мощности в лабораторной системе отсчета, нужно учесть, что вектор Пойнтинга пропорционален четвертому столбцу тензора энергии-импульса. Для поля излучения гармонического осциллятора в соответствующей системе, согласно обычным правилам Лоренц-преобразования [2], получаем коэффициенты, на которые нужно умножить фактор когерентности C . В декартовых координатах лабораторной системы компоненты плотности потока мощности оказываются равными (несущественный общий множитель мы опускаем):

$$W_x = \gamma^2 \sin^2 \theta \left[(1 + \beta^2) \sin \theta \cos \varphi + \beta (1 + \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) \right];$$

$$W_y = \gamma \sin^3 \theta \sin \varphi (1 + \beta \sin \theta \cos \varphi);$$

$$W_z = \gamma \sin^2 \theta \cos \theta (1 + \beta \sin \theta \cos \varphi);$$

$$W_r = W_x \sin \theta \cos \varphi + W_y \sin \theta \sin \varphi + W_z \cos \theta.$$

Учитывая эти соотношения, можно записать выражение для радиальной компоненты плотности потока излучения в лабораторной системе на одну частицу

$$P_r \cong C(\alpha, A, N) W_r.$$

Отметим, что, используя уравнение $dx/W_x = dy/W_y$, можно получить аналитическое представление линий тока вектора Пойнтинга в плоскости $\theta = \pi/2$, которое наглядно показывает релятивистскую направленность ондуляторного излучения [4]. С ростом релятивизма излучение стягива-

ется в узкий конус вдоль направления движения частиц. Однако в отличие от угловой направленности, улучшающейся с ростом γ , релятивизм системы не обеспечивает полностью когерентность. Так, при малой плотности излучателей на длину волны плотность энергии вдоль оси x для большинства наборов параметров системы намного меньше закона N^2 , что приближает ее к режиму спонтанного излучения.

Заключение

Отвлекаясь от общей теории, надо отметить следующее. Для практических приложений важна не интерференционная картина, а максимальная интенсивность вдоль потока частиц. Несмотря на то, что излучение сконцентрировано внутри узкого конуса, наблюдатель может получить лишь его часть (в лабораторной системе то же самое относится к спектру излучения). Эта часть, к примеру, ответственна за индуцированные эффекты в ЛСЭ, где можно принять за приемный аксептанс отношение поперечного размера пучка к радиационной длине. Для иллюстрации этого на рис. 3 показан нормированный интеграл от плотности потока энергии по узкому телесному углу $\Omega \ll \gamma^{-2}$. Изгибы кривой соответствуют захвату интерференционных максимумов, близких к x направлению.

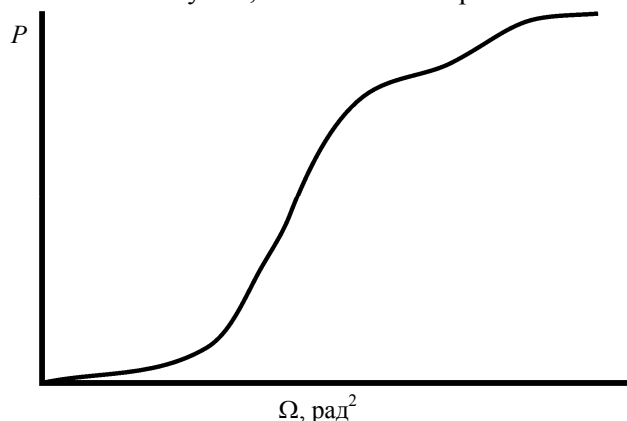


Рис. 3. Полная интенсивность в узкий конус наблюдения

Следующий комментарий должен быть сделан относительно неожиданной формальной потери интерференционной картины от стянутого в точку пучка из N частиц, которые должны излучать в N^2 раза больше, чем одна частица, сохраняя спектрально-угловые характеристики спонтанного излучения.

Действительно, даже не зная конкретного положения частиц (случай $\sigma \approx l$), можно утверждать, что “размывающий” фактор $A = 1$, если $\lambda \geq l$. Тогда из рассмотренной модели следует, что вся система из N частиц излучает как одна частица

увеличенного заряда и результирующее излучение $\sim N^2$.

Напомним, что изначально предполагалось, что частицы внутри сгустка не взаимодействуют, однако это утверждение справедливо только при условии, когда собственная частота внутренних степеней свободы коллектива излучателей (плазменная частота) остается гораздо меньше частоты излучаемой электромагнитной волны. В противном случае сгусток вообще не может рассматриваться как физически определенный монохроматически излучающий объект. Соответствующая оценка предельного числа частиц сильно зависит от геометрии сгустка. Для равномерно заряженного цилиндра радиуса λ и длины l в лабораторной системе должно выполняться условие

$$N < \pi^2 l / r_0 \gamma,$$

где $r_0 = e^2 / mc^2 \approx 3,8 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона.

Это ограничение может серьезно сказаться на роли мелкомасштабных флуктуаций тока при оценке инициирующего спонтанного излучения для коротковолновых ЛСЭ, работающих в режиме SASE.

Л и т е р а т у р а

1. *Buts V. A., Lebedev A. N., Kurilko V. I.* The Theory of Coherent Radiation by Intense Electron Beams. Springer 2006.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. — М.: ГИФМЛ, 1962.
3. *Горбунов М. А., Лебедев А. Н.* О пределах концепции индуцированного излучения в ЛСЭ: Тр. Междунар. конф. по линейным ускорителям. — Алушта, 2007.
4. *Горбунов М. А., Лебедев А. Н.* Частично когерентное излучение электронного сгустка: Тр. Рос. конф. по ускорителям RuPAC 08, 2008.

Статья поступила в редакцию 23 декабря 2008 г.

Partially coherent em radiation of an electron bunch

M. A. Gorbunov, A. N. Lebedev

Lebedev Physical Institute of RAS, Moscow, Russia

E-mail: lebedev@sci.lebedev.ru, ujh@mail.ru

Peculiarities of electromagnetic radiation of a spatially non-uniform bunch of electron radiators are considered starting with a general discussion of their temporal and spatial coherence. The obtained spectral-angular characteristics permit to define a coherent part of the total radiation losses of the bunch. Their dependencies on the radiators density within the bunch, including a case of low particles number per one wavelength, permit to estimate the ultimate limit of possible coherent effects in rarified beams. The presented 3D visualization reveals radiators interference and permits to exclude a "useful" part of coherent radiation within a narrow angle along the particles relativistic velocity.

PACS: 41.75.-i

УДК 533.95

Распределение кулоновского микрополя внутри ионного кластера

С. А. Майоров

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Москва, Россия

E-mail: may@fpl.gpi.ru, mayorov_sa@mail.ru

А. А. Щербаков

Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия