Общая физика

УДК 621.391.822:535.14

Бозонный пик и теория эволюции электромагнитного поля в диспергирующих средах

Б. А. Векленко
Московский энергетический институт, Москва, Россия
E-mail: VeklenkoBA@yandex.ru

Квантовая теория трансформации детерминированного электромагнитного поля во флуктуирующее имеет дело с двумя механизмами трансформации: квантовое некогерентное рассеяние в элементарном акте с изменением квантового трансляционного состояния рассеивателя и рассеяние на флуктуациях среды. В газовых средах оба механизма независимо приводят к формуле Рэлея, удваивая тем самым традиционный результат. Теория электромагнитных волн во флуктуирующих средах предсказывает наличие бозонного пика, который может маскироваться сильной зависимостью поляризуемости среды от частоты.

PACS: 03.70.+k, 05.40.Cf, 72.70.+m, 73.50.Td, 85.40.Qx

Введение

Экспериментальные [1—3] и теоретические [4—8] работы, связанные с переносом излучения в средах повышенной плотности, а также работы по эволюции излучения в бозе-эйнштейновском конденсате разреженных газов [9—14] заставляют вновь вернуться к пересмотру роли флуктуационных характеристик рассеивающих сред в явлениях переноса излучения. Этот вопрос очень непрост. В свое время он послужил предметом дискуссии между выдающимися физиками Л. И. Мандельштамом и М. Планком [15].

Речь идет о сохранении когерентных свойств света в пространственно-стохастических средах и причинах трансформации его в некогерентное состояние. Аналогичный вопрос возникает в теории вудовского отражения [16, 17]. Эти явления обусловливают вещественную и мнимую части показателя преломления и представляют собой общий интерес. Решение этой задачи "проливает свет" на старую проблему о взаимной связи локальной и средней величин электромагнитных полей в диэлектрических средах [18, 19]. С другой стороны, коэффициент экстинкции, обусловленный стохастическими процессами, по своим формальным свойствам напоминает коэффициент поглощения света в средах. Вопрос о флуктуационных характеристиках электромагнитного поля в поглощающих средах в условиях термодинамического равновесия нашел свое решение лишь в 1952 г. в работе С. М. Рытова [20], т. е. спустя полстолетия после открытия М. Планка. И если подобного рода задачи решаются в настоящее время [21] на основе флуктуационно-диссипационной теоремы (ФДТ), то результаты таких расчетов для стохастических сред обладают своими особенностями, и до настоящего времени остались без внимания.

Непосредственным поводом к настоящей работе послужила аналогия между кинетикой электромагнитного поля в средах и акустическими волнами в аморфных, биологических и стеклоподобных телах. В физике акустических волн в течение последних лет на экспериментальной и теоретической основах усиленно изучается так называемый "бозонный пик" [22—27], природа которого остается неясной. Проявление этого пика в существенно разных средах и широком диапазоне температур [28, 29] свидетельствует о фундаментальных причинах его происхождения. Формальная аналогия между акустическими и оптическими волнами дает основание для поиска этого пика в оптических явлениях. Фактическая простота и глубина разработки электромагнитной теории в свою очередь позволяют в случае успеха понять природу бозонного пика в других ситуациях.

Построение соответствующей теории электромагнитного поля заставило усовершенствовать стандартный формализм [5] и во многом пересмотреть вопросы когерентности света, затронутые в начале введения. Мы начнем изучение проблемы с квантовых позиций. Здесь мы сталкиваемся с тем редким случаем, когда квантовое описание явлений, во всяком случае в своей эвристической части, оказывается проще классического.

Постановка задачи

Для простоты газовую среду будем считать состоящей из атомов с одним валентным электроном. Обозначим через **r** и **R**, соответственно, координату электрона в атоме и координату атомного остатка. Для полевого оператора атомного газа в представлении Гейзенберга примем следующее уравнение Шредингера:

$$i\hbar\frac{\partial\check{\psi}(X)}{\partial t}=\left[\frac{1}{2M}\left(-i\hbar\nabla_{\mathbf{R}}+\frac{e}{c}\check{\mathbf{A}}(\mathbf{R},t)\right)^2+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2m}\left(-i\hbar\nabla_{\mathbf{r}}-\frac{e}{c}\check{\mathbf{A}}(\mathbf{r},t)\right)^2+U\left(\mathbf{r}-\mathbf{R}\right)\right]\check{\psi}(X), \quad (1)$$

где $X=\{\mathbf{r},\mathbf{R},t\}$;

m и M — массы электрона и атомного остатка;

U — потенциальная энергия электрона в атоме.

В отсутствие внешнего по отношению к отдельному атому электромагнитного поля $\check{\mathbf{A}}$ решение уравнения (1) можно записать как

$$\check{\psi}^0(X)=\frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{i\mathbf{p}}\psi_i(\mathbf{r}-\mathbf{R})\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_{i\mathbf{p}}t+\frac{i}{\hbar}\mathbf{pR}\right)\hat{b}_{i\mathbf{p}},$$
$$\varepsilon_{i\mathbf{p}}=\varepsilon_i+\frac{p^2}{2M},$$

где ψ_i — функция, описывающая состояние электрона в атоме с энергией ε_i;

p — импульс атома;

V — объем квантования;

$\hat{b}_{i\mathbf{p}}(\hat{b}^+_{i\mathbf{p}})$ — операторы уничтожения (рождения) атома в состоянии (i, **p**) при максвелловском распределении атомов по скоростям, подчиняющимся статистике Бозе—Эйнштейна.

Воспользуемся калибровкой с нулевым скалярным потенциалом (φ = 0) [30]. Такая калибровка возникает при подчинении $\operatorname{div}\check{\mathbf{A}}$ следующему соотношению:

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div}\check{\mathbf{A}}=\check{\rho}. \quad (2)$$

При этом

$$\nabla^2\check{A}^{\nu}(x)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\check{A}^{\nu}(x)}{\partial t^2}-\frac{\partial}{\partial r^{\nu}}\frac{\partial}{\partial r^{\nu'}}\check{A}^{\nu'}(x)=-\frac{1}{c}\check{j}^{\nu}(x),$$
$$x=\{\mathbf{r},t\}, \quad (3)$$

здесь ν' — повторяющиеся индексы, которые подразумевают суммирование.

Если подействовать на уравнение (3) операцией div и воспользоваться законом сохранения заряда

$$\frac{\partial\check{\rho}}{\partial t}+\operatorname{div}\check{\mathbf{j}}=0,$$

то получим

$$-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\operatorname{div}\check{\mathbf{A}}=\frac{1}{c}\frac{\partial\check{\rho}}{\partial t}. \quad (4)$$

Из (2) и (4) после преобразования Фурье соответственно следует

$$\frac{i\omega}{c}\frac{\partial\check{A}^{\nu}(\mathbf{r},\omega)}{\partial r^{\nu}}-\check{\rho}(\mathbf{r},\omega)=0,$$
$$\frac{i\omega}{c}\left(\frac{i\omega}{c}\frac{\partial\check{A}^{\nu}(\mathbf{r},\omega)}{\partial r^{\nu}}-\check{\rho}(\mathbf{r},\omega)\right)=0.$$

Это означает, что при $\omega\neq 0$ условие (2) является следствием уравнения (3). Нулевые частоты нас интересовать не будут, и поэтому условие (2) можно не принимать во внимание. Обращение в ноль скалярного потенциала сильно облегчает процедуру квантования электромагнитного поля. Вместо уравнения (3) удобно рассматривать, введя $\mu\to 0$ [31], следующее более общее уравнение:

$$\left(\nabla^2-\mu^2-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\check{A}^{\nu}(x)-\frac{\partial}{\partial r^{\nu}}\frac{\partial}{\partial r^{\nu'}}\check{A}^{\nu'}(x)=$$
$$=-\frac{1}{c}\left(\check{j}^{\nu}(x)+j^{\nu}_{cl}(x)\right) \quad (5)$$

с дополнительным коммутационным соотношением

$$\left[\check{A}^{\nu}(x);\frac{\partial}{\partial t'}\check{A}^{\nu'}(x')\right]_{t=t'}=i\hbar c^2\delta_{\nu\nu'}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}').$$

Без введения параметра μ этому коммутационному соотношению удовлетворить не удается. В целях удобства в формулу (5) добавим источники классического поля $j^{\nu}_{cl}(x)$. При $\check{j}^{\nu}=j^{\nu}_{cl}=0$ из (5) находим, что

$$\check{A}^{0\nu}(x)=\sum_{\mathbf{k}\lambda}e^{\lambda}_{\mathbf{k}\nu}\sqrt{\frac{\hbar c^2}{2\omega(\lambda)V}}\times$$
$$\times\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{kr}-i\omega(\lambda)t}+\hat{\alpha}^+_{\mathbf{k}\lambda}e^{-i\mathbf{kr}+i\omega(\lambda)t}\right), \quad (6)$$

$$\omega(\lambda)=\begin{cases}\sqrt{c^2(k^2+\mu^2)} & \text{– при } \lambda=1,2\\ c\mu & \text{– при } \lambda=3.\end{cases} \qquad (6)$$

Операторы уничтожения $\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}$ и рождения $\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}$ фотонов подчиняются обычным для них коммутационным соотношениям, $e^{\lambda}_{\mathbf{k}\nu}$ — единичные векторы поляризации.

Наконец,

$$\overset{\vee}{j}{}^{\nu}(x)=\frac{e}{2m}\times$$
$$\times\int\left[\overset{\vee}{\psi}{}^{+}\left(\hat{P}^{\nu}_{\mathbf{r}}-\frac{e}{c}\overset{\vee}{A}{}^{\nu}\right)\overset{\vee}{\psi}+\left(\hat{P}^{\nu *}_{\mathbf{r}}-\frac{e}{c}\overset{\vee}{A}{}^{\nu}\right)\overset{\vee}{\psi}{}^{+}\overset{\vee}{\psi}\right]d\mathbf{R}, \qquad (7)$$
$$\hat{P}^{\nu}_{\mathbf{r}}=-i\hbar\nabla^{\nu}_{\mathbf{r}}.$$

Излучением электромагнитного поля атомным остатком пренебрегаем из-за большой массы атомов.

Следует объяснить, почему мы используем аппарат квантовой электродинамики, изучая, по сути дела, классические эффекты. Дело в том, что задача о распространении света во флуктуирующей среде оказалась сложной проблемой. Ей посвящены работа Рэлея [32], дискуссия Л. И. Мандельштама и М. Планка [15]. Ясности достигнуто не было. К этому вопросу пришлось вернуться через 100 лет [15], и, как будет показано, вопрос скорее запутался, чем прояснился. Речь идет о механизме трансформации детерминированного электромагнитного поля в стохастическое.

В отличие от классической физики квантовая теория этот вопрос решает элементарно и позволяет построить теорию, аналитически описывающую смену когерентного рассеяния на некогерентное. Кроме того, в квантовой теории введение понятия концентрации частиц не требует дополнительной процедуры усреднения по координатам.

Ниже для атомов будет использовано дипольное приближение, т. е. предполагается, что длина волны излучения значительно превосходит размеры атомов газа. Воспользуемся заменой

$$\overset{\vee}{\psi}(x)=\exp\left[\frac{ie}{\hbar c}\overset{\vee}{A}{}^{\nu}(\mathbf{R},t)(r^{\nu}-R^{\nu})\right]\overset{\vee}{\tilde{\psi}}(x),$$

при этом значок "тильда" будем опускать.

Выражения (1) и (7) преобразуются, соответственно, в

$$i\hbar\frac{\partial\overset{\vee}{\psi}}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2_{\mathbf{R}}-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2_{\mathbf{r}}+U(\mathbf{r}-\mathbf{R})-\overset{\vee}{E}{}^{\nu}(\mathbf{R},t)d^{\nu}\right]\overset{\vee}{\psi}; \quad (8)$$

$$\overset{\vee}{E}{}^{\nu}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\overset{\vee}{A}{}^{\nu}; \qquad d^{\nu}=e(r^{\nu}-R^{\nu}); \qquad (8)$$

$$\overset{\vee}{j}{}^{\nu}(x)=\frac{e}{2m}\int\left(\overset{\vee}{\psi}{}^{+}\hat{P}^{\nu}_{\mathbf{r}}\overset{\vee}{\psi}-\hat{P}^{\nu}_{\mathbf{r}}\overset{\vee}{\psi}{}^{+}\overset{\vee}{\psi}\right)d\mathbf{R}. \qquad (9)$$

Исследование уравнения для $\overset{\vee}{\psi}(x)$

Перепишем уравнение (8) в интегральной форме, используя функцию Грина $G^0_r(X,X')$, удовлетворяющую уравнению

$$i\hbar\frac{\partial G^0_r(X,X')}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2_{\mathbf{R}}-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2_{\mathbf{r}}+U\left(\mathbf{r}-\mathbf{R}\right)\right]\times$$
$$\times G^0_r(X,X')+\delta(x,x')\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}'), \qquad (10)$$

где $\delta(x,x')=\delta(t-t')\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$.

Получим

$$\overset{\vee}{\psi}(X)=\overset{\vee}{\psi}{}^{0}(X)-\int G^0_r(X,X_1)d^{\nu}\times$$
$$\times\left\{\left[\overset{\vee}{E}{}^{\nu}(\mathbf{R}_1,t_1)-\overset{\vee}{E}{}^{0\nu}(\mathbf{R}_1,t_1)\right]+\overset{\vee}{E}{}^{0\nu}(\mathbf{R}_1,t_1)\right\}\overset{\vee}{\psi}(X_1)dX_1,$$

где $\overset{\vee}{E}{}^{0\nu}(\mathbf{R},t)$ — электромагнитный вакуум.

Это интегральное уравнение (10) решаем методом итераций, ограничиваясь линейным приближением.

Итерирование по $\overset{\vee}{E}{}^{0\nu}(\mathbf{R},t)$ вне квадратных скобок продолжим до бесконечности, произведем усреднение по электромагнитному вакууму и ограничимся простейшей "обросшей" петлевой диаграммой.

Найдем

$$\overset{\vee}{\psi}(X)=\overset{\vee}{\psi}{}^{0}(X)-\int G^0_r(X,X_1)d^{\nu}\times$$
$$\times\left\{\left[\overset{\vee}{E}{}^{\nu}(\mathbf{R}_1,t_1)-\overset{\vee}{E}{}^{0\nu}(\mathbf{R}_1,t_1)\right]\right\}\psi^0(X_1)dX_1+ \qquad (11)$$
$$+\int G^0_r(X,X_1)M_r(X_1,X_2)\overset{\vee}{\psi}(X_2)dX_1dX_2,$$

где

$$M_r(X,X')=<\overset{\vee}{E}{}^{0\nu_1}(\mathbf{R}_1,t_1)\,\overset{\vee}{E}{}^{0\nu_2}(\mathbf{R}_2,t_2)>_{vac}\times$$
$$\times d^{\nu_1}d^{\nu_2}G^0_r(X_1,X_2)\,. \qquad (12)$$

Решением уравнения (10) является функция

$$G_r^0(X,X') = -\frac{i}{\hbar}\sum_{i\mathbf{p}}\psi_i(\mathbf{r}-\mathbf{R})\psi_i^*(\mathbf{r}'-\mathbf{R}')\exp\times$$
$$\times\left[\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}(\mathbf{R}-\mathbf{R}') - \frac{i}{\hbar}\varepsilon_{i\mathbf{p}}(t-t')\right]\frac{\vartheta(t-t')}{V},$$

где $\vartheta(t)$ — ступенчатая функция Хевисайда.

С использованием (12) и (6) после преобразования Фурье находим, что

$$M_r^{i\mathbf{p}}\left(\frac{E}{\hbar}\right) = \sum_{j\mathbf{k}\nu\nu'}\frac{ck}{2V}\frac{d_{ij}^{\nu}d_{ji}^{\nu'}}{\dfrac{E}{\hbar} - ck - \dfrac{\varepsilon_{j\mathbf{p}}}{\hbar} + \dfrac{\mathbf{pk}}{M} + i0}\times$$
$$\times\left(\delta_{\nu\nu'} - \frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}\right).$$

Нас интересует только мнимая часть этого оператора, лембовский сдвиг опустим

$$\operatorname{Im}M_r^i\left(\frac{E}{\hbar}\right) = -\frac{1}{6\pi c^3}\times$$
$$\times\sum_{j\nu}\left(\frac{E-\varepsilon_j}{\hbar}\right)^3 d_{ij}^{\nu}d_{ji}^{\nu}\vartheta\left(\frac{E-\varepsilon_j}{\hbar}\right) = -\frac{\hbar}{2}\gamma_r^i\left(\frac{E}{\hbar}\right). \tag{13}$$

Зависимостью γ_r^i от $\mathbf{p}$ в (13) будем пренебрегать.

Теперь уравнение (11) может быть переписано как

$$\overset{\vee}{\psi}(X) = \overset{\vee}{\psi}{}^0(X) - \int G_r(X,X_1)d^{\nu}\times$$
$$\times\left\{\left[\overset{\vee}{E}{}^{\nu}(\mathbf{R}_1,t_1) - \overset{\vee}{E}{}^{0\nu}(\mathbf{R}_1,t_1)\right]\right\}\overset{\vee}{\psi}(X_1)dX_1, \tag{14}$$

где

$$G_r(X,X') = -\frac{i}{\hbar V}\sum_{i\mathbf{p}}\psi_i(\mathbf{r}-\mathbf{R})\psi_i^*(\mathbf{r}'-\mathbf{R}')\exp\times$$
$$\times\left[\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}(\mathbf{R}-\mathbf{R}')\right]\int G_r^{i\mathbf{p}}\left(\frac{E}{\hbar}\right)\exp\left[-\frac{i}{\hbar}E(t-t')\right]\frac{dE}{2\pi\hbar},$$

$$G_r^{i\mathbf{p}}\left(\frac{E}{\hbar}\right) = \left(E - \varepsilon_{i\mathbf{p}} + i\frac{\hbar}{2}\gamma_r^i\left(\frac{E}{\hbar}\right)\right)^{-1}. \tag{15}$$

Отметим, что релаксационная функция γ_r^i войдет во все нижеприводимые формулы как следствие квантового вакуумного эффекта и оставит свой след в окончательных формулах даже при $\hbar\to 0$.

В пренебрежении флуктуациями атомов среды в классической теории эволюции среднего поля $E^{\nu}(\mathbf{R},t)$ в отличие от нестационарных классических задач излучения [33] функция γ_r^i не возникает [34, 35].

Влияние на величину γ_r^i окружающих атомов может быть учтено путем введения показателя преломления [36—38], но эта поправка здесь нас интересовать не будет. Приближение (15), которым будем пользоваться ниже, вполне достаточно для задач, в которых исследуемое классическое поле $E^{\nu}(\mathbf{R},t)$ меньше внутреннего поля атомов. Нелинейные эффекты опускаем.

Исследование уравнения для $\overset{\vee}{A}{}^{\nu}(\mathbf{R},t)$

Обратимся к исследованию уравнения (5). Перепишем его в интегральной форме, введя функцию Грина, удовлетворяющую уравнению

$$\left(-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2\right)\overset{0}{D}{}_r^{\nu\nu'}(x,x') - \frac{\partial}{\partial r^{\nu}}\frac{\partial}{\partial r^{\nu_1}}\overset{0}{D}{}_r^{\nu\nu'}(x,x') =$$
$$= \delta_{\nu\nu'}\delta(x,x').$$

Теперь

$$\overset{\vee}{A}{}^{\nu}(x) = \overset{\vee}{A}{}^{0\nu}(x) + A^{0\nu}(x) -$$
$$-\frac{1}{c}\int\overset{0}{D}{}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)\,\overset{\vee}{j}{}^{\nu_1}(x_1)dx_1, \tag{16}$$

где

$$A^{0\nu}(x) = -\frac{1}{c}\int\overset{0}{D}{}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)j_{cl}^{\nu_1}(x_1)dx_1.$$

Начиная с этого момента вакуумную составляющую $\overset{\vee}{A}{}^{0\nu}(x)$ будем опускать, интересуясь, по сути дела, полуклассической теорией излучения, при этом член γ_r^i в (15) сохраним.

Подставляя (9) и (14) в (16), найдем

$$\overset{\vee}{A}{}^{\nu}(x) = A^{0\nu}(x) + \int\overset{0}{D}{}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)\hat{X}_r^{\nu_1\nu_2}\times$$
$$\times(x_1,x_2)\overset{\vee}{A}{}^{\nu_2}(x_2)dx_1dx_2, \tag{17}$$

где оператор

$$\hat{X}_r^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2)=\frac{1}{c^2}\sum[P_{j_1j'}^{\nu_1}\int G_r^{j'\mathbf{p}'}\left(\frac{E}{\hbar}\right)\times$$
$$\times\exp\left(\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_{j_1\mathbf{p}_1}t_1-\varepsilon_{j\mathbf{p}}t_2)\right)\hat{b}_{j_1\mathbf{p}_1}^{+}\hat{b}_{j\mathbf{p}}\exp\times$$
$$\times\left(-\frac{i}{\hbar}E(t_1-t_2)+\frac{i}{\hbar}\left(\mathbf{r}_1(\mathbf{p}'-\mathbf{p}_1)-\mathbf{r}_2(\mathbf{p}'-\mathbf{p})+\right)\right)\times \quad (18)$$
$$\times\frac{dE}{V^2 2\pi\hbar}d_{j'j}^{\nu_2}+h.c.]\left(-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t_2}\right),$$

причем

$$P_{jj'}^{\nu}=\frac{e}{m}\int\psi_j^*(\mathbf{r}-\mathbf{R})\hat{P}_{\mathbf{r}}^{\nu}\psi_{j'}(\mathbf{r}-\mathbf{R})\,d\mathbf{r};$$
$$P_{jj'}^{\nu}=i\omega_{jj'}d_{jj'}^{\nu};\qquad \omega_{jj'}=\frac{\varepsilon_j-\varepsilon_{j'}}{\hbar}.$$

Суммирование в (18) осуществляется по переменным $(j,j',\mathbf{p},\mathbf{p}',j_1,\mathbf{p}_1)$.

Интересуясь эволюцией классического поля, произведем в (17) квантовое усреднение по начальному состоянию системы (считая, что атомы находились в основном состоянии) и разорвем коррелятор

$$<\hat{X}_r^{\nu_1\nu_2}\overset{\vee}{A}{}^{\nu_2}>\approx<\hat{X}_r^{\nu_1\nu_2}><\overset{\vee}{A}{}^{\nu_2}>.$$

Воспользуемся тем, что

$$<\hat{b}_{j_1\mathbf{p}_1}^{+}\hat{b}_{j\mathbf{p}}>=\delta_{jj_1}\delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}N_{j\mathbf{p}},$$

где $N_{j\mathbf{p}}$ — число атомов в состоянии (j, $\mathbf{p}$).

После преобразования Фурье найдем

$$<\hat{X}_r^{\nu\nu'}(\mathbf{k},\omega)>=\sum_j<\hat{X}_r^{\nu\nu'}(\mathbf{k},\omega)>_j;$$
$$<\hat{X}_r^{\nu\nu'}(\mathbf{k},\omega)>_j=-\frac{\omega^2}{c^2}\sum_{\mathbf{p}}\frac{N_{j\mathbf{p}}}{V}\alpha_{j\mathbf{p}}^{\nu\nu'}(\mathbf{k},\omega),\quad (19)$$

где

$$\alpha_{j\mathbf{p}}^{\nu\nu'}(\mathbf{k},\omega)=\sum_{j'}\left(\frac{d_{jj'}^{\nu}d_{j'j}^{\nu'}}{\omega_{j'j}-\omega-\frac{\mathbf{kp}}{M}-\frac{i}{2}\gamma_r^{j'}\left(\frac{\varepsilon_{j\mathbf{p}}}{\hbar}+\omega\right)}-\right.$$
$$\left.-\frac{d_{jj'}^{\nu'}d_{j'j}^{\nu}}{\omega_{j'j}+\omega+\frac{\mathbf{kp}}{M}+\frac{i}{2}\gamma_r^{j'}\left(\frac{\varepsilon_{j\mathbf{p}}}{\hbar}-\omega\right)}\right)\frac{\omega_{j'j}}{\hbar\omega}. \quad (20)$$

Будем считать доплеровский сдвиг много меньшим естественной ширины, и допустим, что атомы находятся в s-состоянии и ограничимся двухуровневым приближением для атомов с учетом зеемановских подуровней, тогда $\alpha_{j\mathbf{p}}^{\nu\nu'}(\mathbf{k},\omega)=\delta_{\nu\nu'}\alpha_0(\omega)$ и $<\hat{X}_r(\mathbf{k},\omega)>=\delta_{\nu\nu'}<\hat{X}_r(\omega)>$.

Если воспользоваться понятием показателя преломления среды $n(\omega)$ или диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, то получим известный результат

$$n^2(\omega)=\varepsilon(\omega)=1-\frac{c^2}{\omega^2}<\hat{X}_r(\omega)>=1+n_0\alpha_0(\omega);$$
$$n_0=\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}}N_{j\mathbf{p}}. \quad (21)$$

Подчеркнем, что формула (21) не требует для своего вывода ограничений на концентрацию атомов n_0. В равной мере вывод этой формулы не предполагает усреднения векторного потенциала по какой-либо области пространства. Здесь отсутствует различие понятий среднего и локального полей. Формула (21) возникает в теории среднего поля. Следующее из (17) уравнение

$$<\overset{\vee}{A}{}^{\nu}(x)>=\overset{0}{A}{}^{0\nu}(x)+\int D_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)\times$$
$$\times<\hat{X}_r^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2)><\overset{\vee}{A}{}^{\nu_2}(x_2)>dx_1dx_2$$

описывает эволюцию классического поля в теории самосогласованного (в смысле Хартри) поля без ограничения на величину концентрации частиц.

Другой вопрос: что такое приближение часто обладает недостаточной точностью. Но это означает, что роль флуктуаций велика и ею нельзя пренебрегать. Большие флуктуации оказывают существенное влияние на поведение среднего $<\overset{\vee}{A}{}^{\nu}>$. Ниже мы учтем роль флуктуаций. Здесь же отметим, что приближение среднего поля уже без учета флуктуаций описывает трансформацию детерминированного классического сигнала $<\overset{\vee}{A}{}^{\nu}>$ в некогерентное рассеянное поле, что следует из формулы (21).

Если $n(\omega)$ мало отличается от единицы, то

$$n(\omega)\approx1+\frac{1}{2}n_0\alpha_0(\omega). \quad (22)$$

Коэффициент затухания волны, описывающий уменьшение ее интенсивности от расстояния и определяемый как

$$\kappa(\omega)=2\frac{\omega}{c}\operatorname{Im}n(\omega)=\frac{\omega}{c}\operatorname{Im}\varepsilon(\omega), \quad (23)$$

отличен от нуля из-за $\gamma_r^{j'}\neq0$.

Таким образом, интенсивность детерминированного сигнала уменьшается по мере распространения волны в среде. Детерминированный (когерентный) сигнал трансформируется в рассеянный (некогерентный) и флуктуации среды здесь ни при чем. Такая трансформация очевидна с позиций квантовой теории. При рассеянии на атоме квант света передает этому атому часть своего импульса. Рассеивающий атом принципиально изменяет свое трансляционное квантовое состояние. По этой причине [39] рассеяние носит некогерентный характер. Ситуация не меняется при $M \to \infty$. Другими словами, рассеяние некогерентно, поскольку трансляционные волновые функции рассеивателя до и после процесса рассеяния взаимно ортогональны. Если же рассеяние кванта происходит строго вперед, то импульс его не меняется, и состояние рассеивающего атома остается прежним. Такое рассеяние когерентно и обеспечивает вещественную часть показателя преломления. В классической теории излучения такого четкого разделения когерентного и некогерентного каналов рассеяния не существует, что и послужило источником недоразумений.

Из формул (13), (20), (22) и (23) вдали от резонанса

$$\omega_{j'0}^2 >> \left|\omega^2-\omega_{j'0}^2\right| >> \frac{1}{4}\left(\gamma_r^{j'}(\omega)\right)^2, \qquad (24)$$

для s-состояния атомов следует формула Рэлея [15]

$$\kappa(\omega)=2\frac{\omega}{c}\operatorname{Im} n(\omega)=\frac{\omega}{c}\operatorname{Im}\varepsilon(\omega)=$$
$$=-\frac{c}{\omega}\operatorname{Im}<\hat{X}_r(\omega)>=\frac{\omega}{c}n_0\operatorname{Im}\alpha_0(\omega)=$$
$$=\frac{\omega^4}{6\pi c^4}\left(\operatorname{Re}\alpha_0(\omega)\right)^2 n_0.$$

Подчеркнем, что флуктуации здесь не играют никакой роли.

Учет микроскопических флуктуаций среды

Изучая роль флуктуаций атомов среды и не считая их малыми, не будем проводить каких-либо усреднений по пространственным переменным. В предлагаемом формализме вопроса о различии среднего и действующего на атом локального поля не возникает. Уравнение (17) перепишем в дифференциальной форме, тождественно преобразуя его к виду

$$\left(-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\nabla^2\right)\check{A}^{\nu}(x)-\frac{\partial}{\partial r^{\nu}}\frac{\partial}{\partial r^{\nu_1}}\check{A}^{\nu_1}(x)-$$
$$-\int<\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)>\check{A}^{\nu_1}(x_1)dx_1- \qquad (25)$$
$$-\int\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)\check{A}^{\nu_1}(x_1)dx_1=-\frac{1}{c}j_{cl}^{\nu}(x),$$

где

$$\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)=\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)-<\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)>.$$

Формальное решение уравнения (25) можно записать как

$$\check{A}^{\nu}(x)=-\frac{1}{c}\int\check{D}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)j_{cl}^{\nu_1}(x_1)dx_1, \qquad (26)$$

где операторная функция $\check{D}_r^{\nu\nu'}$ подчиняется уравнению

$$\left(-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\nabla^2\right)\check{D}_r^{\nu\nu'}-\frac{\partial}{\partial r^{\nu}}\frac{\partial}{\partial r^{\nu_1}}\check{D}_r^{\nu\nu_1}(x,x')-$$
$$-\int<\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)>\check{D}_r^{\nu\nu_1}(x_1,x')>dx_1- \qquad (27)$$
$$-\int\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)\check{D}_r^{\nu_1\nu'}(x_1,x')dx_1=\delta_{\nu\nu'}\delta(x,x').$$

Поскольку нас интересует эволюция классического поля, произведем квантовое усреднение в равенстве (26)

$$<\check{A}^{\nu}(x)>=-\frac{1}{c}\int<\check{D}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)>j_{cl}^{\nu_1}(x_1)dx_1.$$

Мы получили формулу Кубо [40]. Удобно ввести обозначение

$$<\check{D}_r^{\nu\nu'}(x,x')>=D_r^{\nu\nu'}(x,x').$$

Согласно Кубо функция $D_r^{\nu\nu'}(x,x')$ может быть представлена как квантово-усредненный коммутатор полевых операторов. Через этот же коммутатор записывается [41] флуктуационно-диссипационная теорема.

$$<\check{A}^{\nu}\check{A}^{\nu'}>_{\mathbf{k}\omega}=i\hbar\left(1+\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{T}\right)-1}\right)\times \qquad (28)$$
$$\times\left[D_r^{\nu\nu'}(k,\omega)+h.c.\right],$$

где левая часть представляет собой образ Фурье от произведения операторов $\check{A}^{\nu}(x)\check{A}^{\nu'}(x')$, в состоянии термодинамического равновесия усредненный как по квантовым переменным, так и по распределению Гиббса. К теореме (28) мы вернемся ниже.

Для нахождения $D_r^{\nu\nu'}$ уравнение (27) усредним по начальному квантовому состоянию системы и распределению Гиббса. Если опустить в полученном уравнении $\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu'}$, то вернемся к приближению среднего поля. Для учета указанного члена введем вспомогательную функцию [42]

$$D_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)=\frac{<\check{S}\,D_r^{\nu\nu'}(x,x')>}{<\check{S}>},$$

где

$$\check{S}=\hat{T}\exp\left(-i\int\Delta\hat{X}_r^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2)\rho^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2)dx_1dx_2\right),$$

причем $\rho^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2)$ — в свою очередь некоторая непрерывная классическая функция; $\hat{T}$ — хронологический оператор.

Очевидно, что

$$D_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)=D_r^{\nu\nu'}(x,x') \text{ при } \rho\to 0.$$

Умножаем левую часть уравнения (27) на $\check{S}$ и производим усреднение. В полученном уравнении осуществляем замену

$$<\check{S}\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}\check{D}_r^{\nu_1\nu'}> \;\to\; <\left(\hat{T}\check{S}\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}\right)\check{D}_r^{\nu_1\nu'}>.$$

При $\rho = 0$ (а только этот случай нас и интересует) мы получаем равенство. Возникшее уравнение может быть записано как уравнение в функциональных производных

$$\left(+\nabla^2-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)D_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)-\frac{\partial}{\partial r^{\nu}}\frac{\partial}{\partial r^{\nu_1}}D_r^{\nu_1\nu'}\times$$
$$\times(x,x'|\rho)-\int<\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)>D_r^{\nu_1\nu'}(x_1,x'|\rho)dx_1-$$
$$-i\int\frac{\delta D_r^{\nu_1\nu'}(x_1,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu\nu_1}(x,x_1)}dx_1-\int\frac{<\hat{T}\check{S}\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)>}{<\check{S}>}D_r^{\nu_1\nu'}\times$$
$$\times(x_1,x'|\rho)dx_1=\delta_{\nu\nu'}\delta(x,x'). \qquad (29)$$

Уравнение (29) справедливо для плотных сред, если только

$$1/n > a^3,$$

где a — размер атомов среды;

n — их концентрация.

В этом уравнении функциональную производную можно рассматривать как неизвестную функцию. Для этой функции можно получить свое уравнение, проварьировав (29) по $\rho(z)$ еще раз, при этом найдем

$$\left(-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\nabla^2\right)\frac{\delta D_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)}-\frac{\partial}{\partial r^{\nu}}\frac{\partial}{\partial r^{\nu_1}}\times$$
$$\times\frac{\delta D_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)}-\int<\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)>\frac{\delta D_r^{\nu\nu'}(x_1,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)}dx_1-$$
$$-i\int\frac{\delta^2 D_r^{\nu_1\nu'}(x_1,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu\nu_1}(x,x_1)\delta\rho^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)}dx_1-$$
$$-\int\frac{<\hat{T}\check{S}\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)>}{<\check{S}>}\frac{\delta D_r^{\nu_1\nu'}(x_1,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)}dx_1- \qquad (30)$$
$$-i\int\left[\frac{<\hat{T}\check{S}\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)><\hat{T}\check{S}\Delta\hat{X}_r^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)>}{<\check{S}>^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{<\hat{T}\check{S}\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)\Delta\hat{X}_r^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)>}{<\check{S}>}\right]\times$$
$$\times D_r^{\nu_1\nu'}(x_1,x'|\rho)dx_1.$$

Для получения замкнутой системы аппроксимируем функциональную производную оптимальным образом подобранным линейным оператором $\pi_r^{\nu\nu_1}$. Пусть для любой $\Phi_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)$ справедливо асимптотическое равенство

$$\int\frac{\delta\Phi_r^{\nu_1\nu'}(x_1,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu\nu_1}(x,x_1)}dx_1\approx i\int\pi_r^{\nu\nu_1}(x,x_1)\times$$
$$\times\Phi_r^{\nu_1\nu'}(x_1,x')dx_1. \qquad (31)$$

Таким образом, может быть исключена первая вариационная производная из (29), и, полагая

$$\Phi_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)=\frac{\delta D_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)},$$

выражаем в уравнении (30) вторую вариационную производную через первую. Система уравнений оказывается замкнутой.

Из уравнения (30) теперь следует, что

$$\frac{\delta D_r^{\nu\nu'}(x,x'|\rho)}{\delta\rho^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)}=i\int D_r^{\nu\nu_5}(x,x_5|\rho)<\hat{T}\Delta\hat{X}_r^{\nu_5\nu_2}\times$$
$$\times(x_5,x_2)\Delta\hat{X}_r^{\nu_3\nu_4}(x_3,x_4)>D_r^{\nu_2\nu'}(x_2,x'|\rho)dx_2dx_5. \qquad (32)$$

Положим, что $\rho = 0$ и учтем, что теперь $<\bar{T}\Delta\hat{X}_r^{\nu\nu'}>=0$.

Из (32) интересующая нас в (29) функциональная производная оказывается равной

$$\int \frac{\delta D_r^{\nu\nu'}(x_1, x'|\rho)}{\delta \rho^{\nu\nu_1}(x, x_1)} dx_1 = i \int D_r^{\nu_1\nu_5}(x_1, x_5|\rho) \times$$
$$\times < \hat{T} \Delta \hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x, x_1) \Delta \hat{X}_r^{\nu_5\nu_1'}(x_5, x') > D_r^{\nu_1'\nu'}(x_1', x') dx_1' dx_5.$$

Отсюда имеем

$$\pi_r^{\nu\nu_1'}(x, x_1') = \int < \Delta \hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x, x_1) \Delta \hat{X}_r^{\nu_5\nu_1'}(x_5, x_1') > \times$$
$$\times D_r^{\nu_1\nu_5}(x_1, x_5) dx_1 dx_5. \qquad (33)$$

Ввиду запаздывающего характера $< \Delta \hat{X}_r^{\nu\nu'} >$ и $D_r^{\nu_1\nu_5}$ хронологический оператор $\hat{T}$ в (33) может быть опущен. Согласно (31) уравнение (29) превращается в следующее интегродифференциальное уравнение:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) D_r^{\nu\nu'}(x, x'|\rho) - \frac{\partial}{\partial r^{\nu}} \frac{\partial}{\partial r^{\nu_1}} D_r^{\nu_1\nu'} \times$$
$$\times (x, x'|\rho) - \int < \hat{X}_r^{\nu\nu_1}(x, x_1) > D_r^{\nu_1\nu'}(x_1, x'|\rho) dx_1 - \qquad (34)$$
$$- \int \pi_r^{\nu\nu_1}(x, x_1) D_r^{\nu_1\nu_1'}(x_1, x') dx_1 = \delta_{\nu\nu'} \delta(x, x').$$

Здесь поляризационный оператор $\pi_r^{\nu\nu_1}$ определяется выражением (33), этот оператор очевидным образом является запаздывающим. Важно подчеркнуть, что в предлагаемой технике оператор π_r зависит от пропагатора $D_r^{\nu\nu'}$, в то время как в стандартном формализме [5] в однопетлевом приближении он строится исключительно из пропагаторов атомного поля.

Нелинейная система уравнений (33), (34) не предполагает малости каких-либо величин. Эта система получена с помощью аппроксимации (31), при этом использование в (31) линейного оператора $\pi_r^{\nu\nu_1}$ можно считать достаточно надежным приближением, поскольку линейный оператор представляет собой достаточно богатое образование.

В терминах диаграмм Фейнмана система уравнений (29), (30) представляет собой однопетлевое приближение, сконструированное из "обросших" функций Грина.

Предложенный вывод уравнений свидетельствует о том, что опущенные фейнмановские диаграммы во многом компенсируют друг друга. В работе [43] на примере точно решаемой задачи показано, что при большой константе взаимодействия в асимптотической области, допускающей аналитическое исследование, точное решение задачи и решение, найденное в однопетлевом приближении, имея одинаковую буквенную структуру, отличаются в $\sqrt{2}$ раз.

Таким образом, для первоначального исследования явлений однопетлевое приближение можно считать вполне приемлемым.

Поляризационный оператор $\pi_r^{\nu\nu_1}$ и его роль

Для пространственно однородных стационарных во времени сред поляризационный оператор (33) зависит от разности пространственных и временных аргументов. Нас интересует образ преобразования Фурье от этого оператора. Приведем его выражение для невырожденного газа. Считаем, что

$$< \hat{b}_{i\mathbf{p}}^{+} \hat{b}_{i\mathbf{p}} > << 1, \quad \hat{b}_{i\mathbf{p}} \hat{b}_{i\mathbf{p}} > \approx 0.$$

Если газ атомов находится в состоянии бозе-эйнштейновской конденсации, то приведенными неравенствами пользоваться нельзя, и результат расчетов будет иным. Как и прежде, опустим эффект Доплера, атомы будем считать находящимися в s-состоянии и ограничимся двухуровневым приближением. Прямое вычисление (33) показывает, что

$$\pi_r^{\nu_1\nu_4}(\mathbf{k}, \omega) = \pi_r^{\nu_1\nu_4}(\omega) = \frac{\omega^4}{Vc^4} \times$$
$$\times \sum_{\mathbf{k}'} n_0 \alpha_0(\omega) \alpha_0(\omega) D_r^{\nu_1\nu_4}(\mathbf{k}', \omega). \qquad (35)$$

Из (35) следует, что поляризационный оператор от вектора **k** не зависит. С другой стороны, суммирование по **k′** в (35) означает, что в процессе эволюции во флуктуирующих средах электромагнитные волны взаимодействуют одна с другой, и на "квазичастицы" система не распадается. Функцию $D_r^{\nu_1\nu_4}(\mathbf{k}, \omega)$ найдем из уравнения (34)

$$D_r^{\nu\nu'}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\delta_{\nu\nu'} - \dfrac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}}{\dfrac{\omega^2}{c^2} - k^2 - < \hat{X}_r > - \pi_r} + \qquad (36)$$
$$+ \frac{\dfrac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}}{\dfrac{\omega^2}{c^2} - < \hat{X}_r > - \pi_r}.$$

Нами учтено, что

$$< \hat{X}_r^{\nu\nu'} > = \delta_{\nu\nu'} < \hat{X}_r >, \qquad \pi_r^{\nu\nu'} = \delta_{\nu\nu'} \pi_r.$$

Подстановка (36) в (35) при $V \to \infty$ показывает, что

$$\pi_r(\omega)=\frac{1}{2\pi^2}<\hat{X}_r(\omega)>^2\times$$

$$\times\int_0^{k_c}\frac{k^2}{n_0}\left(\frac{2/3}{\frac{\omega^2}{c^2}-k^2-<\hat{X}_r(\omega)>-\pi_r(\omega)}+\right. \tag{37}$$

$$\left.+\frac{1/3}{\frac{\omega^2}{c^2}-<\hat{X}_r(\omega)>-\pi_r(\omega)}\right)dk.$$

Здесь учтена связь между $<\hat{X}_r(\omega)>$ и $\alpha_0(\omega)$, определяемая формулой (19). Мы получили нелинейное уравнение относительно оператора $\pi_r(\omega)$. Верхний предел интегрирования в (37) определяется условием применимости дипольного приближения, при этом $k_c \sim 2\pi/a$, где a — размер атомов газа.

Первая итерация уравнения (37) позволяет определить обязанную флуктуациям среды поправку к диэлектрической проницаемости (21), найденной в приближении среднего поля.

Для простоты рассмотрим атомы с двумя энергетическими уровнями. Из (36) и (37) при $\omega < ck_c$ находим

$$\varepsilon(\omega)=1-\frac{c^2}{\omega^2}<X_r(\omega)>-\frac{c^2}{\omega^2}\pi_r(\omega)=1+\alpha_0(\omega)n_0+$$

$$+\frac{\omega^2}{2\pi^2c^2}n_0\alpha_0^2(\omega)\left[\frac{2}{3}k_c+\frac{\omega}{3c}\left(i\pi+\ln\frac{ck_c-\omega}{ck_c+\omega}\right)+\frac{k_c^3c^2}{9\omega^2}\right]+$$

$$+O\left(\frac{e^6}{\hbar^3c^3}\right). \tag{38}$$

Обратим внимание на то, что эта поправка не согласуется с формулой Лоренц-Лорентца [18, 19], согласно которой должно быть

$$\varepsilon(\omega)=1+\alpha_0(\omega)n_0+\frac{1}{3}\left(\alpha_0(\omega)n_0\right)^2.$$

Формулу Лоренц-Лорентца следует рассматривать как неудачную попытку учета флуктуаций атомов среды в рамках теории среднего поля. В полной мере это замечание относится к введению понятия локального электромагнитного $E^{\nu}_{\rm loc}$ поля в отличие от среднего поля в среде E^{ν}. Поле $E^{\nu}_{\rm loc}$ призвано, по сути дела, учитывать флуктуации атомов в среде. В модели точечных атомов его вводят согласно определению [18, 19]

$$\varepsilon(\omega)E^{\nu}=E^{\nu}+n_0\alpha_0(\omega)E^{\nu}_{\rm loc}. \tag{39}$$

Подстановка (38) в (39) приводит к результату, существенно отличающемуся от стандартного [17—19]

$$E^{\nu}_{\rm loc}=E^{\nu}+\frac{1}{3}n_0\alpha_0(\omega)E^{\nu}_{\rm loc},$$

или его обобщения, что лишний раз демонстрирует тщетность попыток учета флуктуационных явлений посредством введения эффективных детерминированных величин.

В предлагаемой теории $E^{\nu}_{\rm loc}$ не возникает. Из формул (19), (20) и (38) в условиях неравенства (24) для атомов в s-состоянии находим

$$\operatorname{Im}\pi_r(\omega)=-\frac{\omega^5}{6\pi c^5}n_0\left(\operatorname{Re}\alpha_0(\omega)\right)^2=\operatorname{Im}<\hat{X}_r(\omega)>,$$

$$\omega< ck_c. \tag{40}$$

Это совпадение величин $\operatorname{Im}\pi_r(\omega)$ и $\operatorname{Im}<X_r(\omega)>$ до сих пор не было замечено и вызывало путаницу [15]. Полный коэффициент экстинкции среды при малой концентрации атомов записывается так

$$\kappa(\omega)=\frac{\omega}{c}\operatorname{Im}\varepsilon(\omega)=-\frac{c}{\omega}\left[\operatorname{Im}<\hat{X}_r(\omega)>+\operatorname{Im}\pi_r(\omega)\right]=$$

$$=-2\frac{c}{\omega}\operatorname{Im}<\hat{X}_r(\omega)>=\frac{\omega^4}{3\pi c^4}\left(\operatorname{Re}\alpha_0(\omega)\right)^2n_0,$$

что удваивает результат, предсказанный Рэлеем [15].

Вне области (24) равенство (40) не возникает, и вклады среднего поля и флуктуации среды должны исследоваться независимо. Теперь ясно, что все попытки оправдания формулы Рэлея для коэффициента экстинкции были обречены на неудачу, поскольку сама формула не является безупречной. Вещественные части $<\hat{X}_r(\omega)>$ и $\pi_r(\omega)$ разнятся между собой. При $\omega\to ck_c$, согласно (38), вещественная часть $\pi_r(\omega)$ сильно возрастает. Этот эффект можно наблюдать обычными способами (френелевское отражение, эффект Фарадея). К сожалению, эта область частот существенно превышает оптическую. Возможности приближения ее к оптической области обсуждаются в следующем разделе.

Из уравнения (37) следует $\operatorname{Im}\pi_r(\omega)=0$ при $\omega >> ck_c$, что является следствием зависимости π_r от пропагатора $D_r^{\nu\nu'}$ и характерно для любого волнового поля в случайных средах.

При малых частотах

$$\left|\operatorname{Im}\pi_r(\omega)\right| = \left|\int_{-\infty}^{\infty}\pi_r(t)\sin(\omega t)dt\right| \sim \omega,$$

если $0 < \left|\int_0^{\infty}\pi_r(t)dt\right| < \infty.$

Таким образом, в широких предположениях для волновых полей в случайных средах $\left|\operatorname{Im}\pi_r(\omega)\right| \sim \omega^2 \operatorname{Im}\varepsilon(\omega)$ обладает максимумом в интервале $0 < \omega >> ck_c$. Этот максимум широко известен в физике аморфных тел. Он получил название "бозонного пика" и следует из формулы (38), если только $\alpha^2(\omega)$ слабо зависит от частоты.

Как показал предыдущий анализ, сильная зависимость $\alpha^2(\omega)$ от частоты в принятой модели исследования бозонный пик затушевывает.

При малых частотах уравнение (37) допускает более глубокий аналитический анализ. Здесь можно пренебречь первым слагаемым. Возникшее алгебраическое уравнение относительно $\pi_r(\omega)$ в области прозрачности (24) имеет решение

$$\pi_r(\omega) = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - <\hat{X}_r(\omega)>\right) - $$
$$-\operatorname{sgn}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - <\hat{X}_r(\omega)>\right)\times$$
$$\times\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - <\hat{X}_r(\omega)>\right)^2 - \frac{\omega^4}{3c^4}\xi(\omega)},$$

где введено обозначение

$$\xi(\omega) = \frac{k_c^3}{18\pi^2} n_0 \alpha_0^2(\omega)$$

и предположено, что

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - <\hat{X}_r(\omega)>\right)^2 > \frac{4\omega^4}{3c^4}\xi(\omega),$$

причем $\pi_r(\omega) \to 0$, если $\xi(\omega) \to 0$.

Если же

$$\frac{4\omega^4}{3c^4}\xi(\omega) > \left(\frac{\omega^2}{c^2} - <\hat{X}_r(\omega)>\right)^2, \qquad (41)$$

то

$$\pi_r(\omega) = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - <\hat{X}_r(\omega)>\right) - i\operatorname{sgn}\omega\times$$
$$\times\sqrt{\frac{\omega^4}{3c^4}\xi(\omega) - \frac{1}{4}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - <\hat{X}_r(\omega)>\right)^2}.$$

Знак перед корнем определяется положительностью левой части равенства (28), представляющего собой ФДТ. Появление из-за учета больших флуктуаций среды мнимой части у $\pi_r(\omega)$ в области вещественности $<\hat{X}_r(\omega)>$ при условии (41) можно трактовать как фазовый переход на малых частотах. Он отчетливо проявляется в продольных волнах и, согласно (28), обусловливает коррелятор их флуктуационных амплитуд в условиях термодинамического равновесия

$$<\check{E}^{\nu}\check{E}^{\nu'}>^l_{k\omega} = \frac{\omega^2}{c^2}<\check{A}^{\nu}\check{A}^{\nu'}>^l_{k\omega} =$$
$$= \frac{6T}{\omega}\frac{\sqrt{\frac{1}{3}\xi(\omega) - \frac{1}{4}\left(1 - \frac{c^2}{\omega^2}<\hat{X}_r(\omega)>\right)^2}}{\xi(\omega)}\frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}. \qquad (42)$$

Формула (42) написана в приближении классической оптики $\hbar\omega << T$. Видно, что спектр продольных волн в условиях термодинамического равновесия обладает закономерностью фликкер-шума $1/\omega$. Условие (41), необходимое для наблюдения спектра (42), является характерным для фликкер-шума [43], и в виде $4/3\xi(0) > 1$ выполняется при следующих параметрах:

$$\omega_{j'j} \sim 5\cdot 10^{15}\ 1/\text{c};\quad \gamma_r \sim 10^8\ 1/\text{c};\quad n \geq 10^{19}\ 1/\text{см}^3.$$

Этот спектр можно наблюдать по излучению единичной поверхности, разделяющей газ и вакуум. Характерной особенностью такого излучения служит закон $\sin\vartheta$, приходящий на смену закону Ламберта, где ϑ — угол между направлением наблюдения и нормалью к излучающей поверхности. Другими следствиями конечности $\operatorname{Im}\pi_r(\omega)$ при $\omega \to 0$ оказываются закономерности $\operatorname{Im}\varepsilon(\omega) \sim 1/\omega^2$ и $\kappa(\omega) \sim 1/\omega$.

В настоящей работе трансляционное движение атомов предполагалось квантовым. Как правило, в подобного рода исследованиях атомы предполагаются точечными, а их движение классическим.

Представляет большой интерес сравнительный анализ окончательных формул, следующих из этих разных моделей. К сожалению, такого рода различие получить не удалось, и до сих пор остается неизвестной микроскопическая структура рассеивателей.

Как показывают расчеты, модель точечных рассеивателей вновь приводит к формулам (33), (34), и все следствия остаются прежними. Но все же предлагаемое рассмотрение "приподнимает завесу" над поставленным вопросом. Если в теории квантованного трансляционного движения атомов, описываемых плоскими волнами, положение бозонного пика определяется величиной $k_c \approx 2\pi/a$, где a — размер атома, то в теории локальных рассеивателей ситуация меняется. Здесь $k_c \approx 2\pi n^{1/3}$, где $n^{1/3}$ представляет собой расстояние между атомами. Очевидно, что последняя величина может превосходить величину a на несколько порядков. Таким образом, по частоте бозонного пика открывается возможность судить о характере локализации рассеивателей.

Макроскопические флуктуации среды

Пусть наряду с рассмотренными выше микроскопическими флуктуациями среда (в общем случае теперь твердотельная) обладает макроскопическими флуктуациями, вызванными технологическими причинами, критической опалесценцией и т. д. Расчет диэлектрической проницаемости такой среды может быть выполнен по вышеприведенной схеме, а физическая интерпретация результатов оказывается более наглядной. Последнее обстоятельство позволяет глубже понять результаты предыдущих разделов. Влияние макроскопических флуктуаций на эволюцию электромагнитного поля с иной целью, но близкими методами, рассматривалось в работах [44, 45].

Пусть диэлектрическая проницаемость среды обладает пространственной флуктуацией $\delta\varepsilon_\omega(\mathbf{r})$. Уравнение для векторного потенциала в частотном представлении может быть записано так

$$\frac{\omega^2}{c_\omega^2}\left(1+\delta\varepsilon_\omega(\mathbf{r})\right)A^\nu(\mathbf{r},\omega)+\Delta A^\nu(\mathbf{r},\omega)-$$
$$-\frac{\partial}{\partial r^\nu}\frac{\partial}{\partial r^{\nu_1}}A^{\nu_1}(\mathbf{r},\omega)=-\frac{1}{c}j_{cl}^\nu(\mathbf{r},\omega),$$

где c_ω — фазовая скорость электромагнитного поля в среде, в которой отсутствуют флуктуации.

Предположим, что поведение среднего по ансамблю

$$K_\omega(\mathbf{k})=\int e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}<\delta\varepsilon_\omega(\mathbf{r})\delta\varepsilon_\omega(\mathbf{r}')>d(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$

может быть охарактеризовано корреляционной длиной l_c. Величина l_c определяется технологическими причинами и может быть сделана удобной для наблюдения. Если волновое число электромагнитной волны $k = 2\pi/\lambda << k_c = 2\pi/l_c$, то электромагнитное поле практически не чувствует флуктуаций и ведет себя так, как в пространственно однородной среде. Если же $k >> k_c$, т. е. $\lambda << l_c$, то роль флуктуаций также невелика. По сути дела здесь применима теория эйконала. Если же $k \approx k_c$, то флуктуации проявляют себя самым решительным образом. Именно здесь коэффициент экстинкции обладает максимумом, т. е. появляется оптический аналог известного в неупорядоченных структурах бозонного пика. В отличие от предыдущих разделов статьи наличие макроскопических флуктуаций побуждает изучение области $k >> k_c$.

Повторяя расчеты предыдущих разделов, вместо выражения (33) находим

$$\pi_r^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2)=\frac{\omega^4}{c_\omega^4}<\delta\varepsilon_\omega(\mathbf{r_1})\delta\varepsilon_\omega(\mathbf{r_2})>D_r^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2),$$

или после преобразования Фурье по координатам и устремления $V\to\infty$

$$\pi_r^{\nu_1\nu_2}(\mathbf{k},\omega)=\frac{\omega^4}{c_\omega^4}\int D_r^{\nu_1\nu_2}(\mathbf{k}-\mathbf{k}',\omega)K_\omega(\mathbf{k}')\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}. \quad (43)$$

Пусть $|\mathbf{k}| >> k_c$ и

$$\pi_r^{\nu_1\nu_2}(\mathbf{k},\omega)=\xi_\omega\frac{\omega^4}{c_\omega^4}D_r^{\nu_1\nu_2}(\mathbf{k},\omega),$$
$$\xi_\omega=\int K_\omega(\mathbf{k})\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}.$$

В этих условиях эволюция детерминированного излучения в среде может быть описана как эволюция отдельных независимых мод ($\mathbf{k}$, ω). В согласии с (43) будем считать, что

$$\pi_r^{\nu\nu'}=\pi_r^{(1)}\left(\delta_{\nu\nu'}-\frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}\right)+\pi_r^{(2)}\frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}. \quad (44)$$

Теперь из (35) и (44) следует, что

$$D_r^{\nu\nu'}(k,\omega)=\frac{\delta_{\nu\nu'}-\dfrac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}}{\dfrac{\omega^2}{c^2}-k^2-\pi_r^{(1)}}+\frac{\dfrac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}}{\dfrac{\omega^2}{c^2}-\pi_r^{(2)}},$$

причем

$$\pi_r^{(1)}=\frac{\xi_\omega\dfrac{\omega^4}{c^4}}{\dfrac{\omega^2}{c^2}-k^2-\pi_r^{(1)}};\qquad \pi_r^{(2)}=\frac{\xi_\omega\dfrac{\omega^4}{c^4}}{\dfrac{\omega^2}{c^2}-\pi_r^{(2)}}. \quad (45)$$

Рассмотрим поперечные флуктуации электромагнитного поля.

Из уравнений (45) находим

$$\pi_r^{(1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2}-k^2\right)-\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2}-k^2\right)^2-\frac{\omega^4}{c_\omega^4}\xi_\omega}\times$$
$$\times\operatorname{sgn}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2}-k^2\right), \quad (46)$$

если $\frac{1}{4}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2}-k^2\right)^2>\frac{\omega^4}{c_\omega^4}\xi_\omega$;

$$\pi_r^{(1)} = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2} - k^2\right) - i\,\mathrm{sgn}\,\omega\sqrt{\frac{\omega^4}{c_\omega^4}\xi_\omega - \frac{1}{4}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2} - k^2\right)^2},$$

$$\text{если}\quad \frac{\omega^4}{c_\omega^4}\xi_\omega > \frac{1}{4}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2} - k^2\right)^2. \qquad (47)$$

Выражение (46) мнимой частью не обладает. Определенный согласно (23) коэффициент экстинкции следует только из выражения (47) и равен

$$\kappa(k,\omega) = \frac{2c_\omega}{\omega}\sqrt{\frac{\omega^4}{c_\omega^4}\xi_\omega - \frac{1}{4}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2} - k^2\right)^2}.$$

Он отличен от нуля лишь в узкой области около точки $\omega = c_\omega k$ и по порядку величин равен

$$\kappa(k,\omega) \sim 2\frac{\omega}{c_\omega}\sqrt{\xi_\omega}.$$

Существенно отметить, что в газовом приближении этот коэффициент определяется корнем квадратным из концентрации и по теории возмущений рассчитан быть не может. Свободные поля при $|\mathbf{k}| >> k_c$ отсутствуют. Флуктуационное поле описывается ФДТ.

$$<\hat{E}^\nu \hat{E}^{\nu'}>_{\mathbf{k}\omega}^{tr} = \frac{2Tc_\omega^2}{\omega}\frac{\sqrt{\xi_\omega - \frac{1}{4}\left(1 - \frac{k^2c_\omega^2}{\omega^2}\right)^2}}{c^2\xi_\omega}\times$$

$$\times\left(\delta_{\nu\nu'} - \frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}\right).$$

Это выражение имеет максимум при $\omega = c_\omega k$. Бозонный пик при $k >> k_c$ отсутствует.

Аналогичное рассмотрение продольных электромагнитных флуктуаций показывает, что в наиболее интересных условиях ($\xi_\omega > 1/4$) оказывается, что

$$<\hat{E}^\nu \hat{E}^{\nu'}>_{\mathbf{k}\omega}^{l} = \frac{2Tc_\omega^2}{\omega c^2}\frac{\sqrt{\xi_\omega - \frac{1}{4}}}{\xi_\omega}\frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}.$$

Это выражение от "k" не зависит, но, разумеется, ограничено величиной $k_c \sim 2\pi/a$.

Пусть теперь $|\mathbf{k}| << k_c$. Выражение (43) принимает вид

$$\pi_r^{\nu_1\nu_2}(k,\omega) = \frac{\omega^4}{c_\omega^4}\int D_r^{\nu_1\nu_2}(k',\omega)K(\mathbf{k}')\frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3}.$$

Предположим, что $K_\omega(k') = K_\omega$ при $k' < k_c$ и $K_\omega(k') = 0$ при $k' > k_c$.

По аналогии с (37) имеем:

$$\pi_r^{\nu_1\nu_2}(\omega) = \frac{\omega^4 K_\omega}{2\pi^2 c_\omega^4}\int_0^{k_c} k^2 D_r^{\nu_1\nu_2}(k,\omega)dk = \xi_\omega\frac{\omega^4}{c_\omega^4}\times$$

$$\times\left(\frac{2}{k_c^3}\int_0^{k_c}\frac{k^2dk}{\frac{\omega^2}{c_\omega^2} - k^2 - \pi_r(\omega)} + \frac{1}{3}\frac{1}{\frac{\omega^2}{c_\omega^2} - \pi_r(\omega)}\right). \qquad (48)$$

При $\omega \to 0$ первое слагаемое в правой части (48) можно опустить. Возникшее алгебраическое уравнение дает

$$\pi_r(\omega) = \frac{\omega^2}{c_\omega^2}\left(\frac{1}{2} - i\,\mathrm{sgn}\,\omega\sqrt{\frac{1}{3}\xi_\omega - \frac{1}{4}}\right),$$

$$\text{если}\quad \frac{1}{3}\xi_\omega > \frac{1}{4}. \qquad (49)$$

При меньших значениях ξ_ω оператор $\pi_r(\omega)$ мнимой составляющей не имеет.

Подстановка (49) в (28) показывает, что

$$<\hat{E}^\nu \hat{E}^{\nu'}>_{\mathbf{k}\omega}^{l} = \frac{6Tc_\omega^2}{\omega}\frac{\sqrt{\frac{1}{3}\xi_\omega - \frac{1}{4}}}{c^2\xi_\omega}\frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2};$$

$$<\hat{E}^\nu \hat{E}^{\nu'}>_{\mathbf{k}\omega}^{tr} = \frac{2T\omega^3}{c_\omega^2 c^2}\frac{\sqrt{\frac{1}{3}\xi_\omega - \frac{1}{4}}}{k^4 - \frac{\omega^2}{c_\omega^2}k^2 + \frac{\omega^4}{3c_\omega^4}\xi_\omega}\times$$

$$\times\left(\delta_{\nu\nu'} - \frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}\right).$$

В условиях неравенства (49) спектр продольных волн обладает особенностью $1/\omega$. Реальных продольных волн, обращающих в ноль знаменатель функции

$$\left[D_r^{\nu\nu'}(k,\omega)\right]^l = \frac{1}{\frac{\omega^2}{c^2}\left(\frac{1}{2} + i\sqrt{\frac{1}{3}\xi_\omega - \frac{1}{4}}\right)}\frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}$$

в среде нет. В среде имеются только флуктуационные продольные волны, которые на границе среда—вакуум трансформируются в реальные поперечные волны, пространственная интенсивность излучения которых подчиняется закону "sin ϑ". Эти волны имитируют фликкер-шум как при $k << k_c$, так и при $k >> k_c$.

Пусть ω возрастает. Роль второго слагаемого в (48) при этом убывает, а роль первого растет.

В предыдущем разделе показано, что теория возмущений при этом предсказывает возникновение бозонного пика, если только c_ω и ξ_ω слабо зависят от своих аргументов. Для качественного анализа эволюции бозонного пика по мере роста плотности флуктуаций вынесем в (48) знаменатель подынтегрального выражения за знак интеграла в "средней точке" $k_c/2$. Возникшее алгебраическое уравнение легко решается

$$\pi_r(\omega) = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2} - \frac{k_c^2}{4}\right) - i\,\mathrm{sgn}\,\omega \times$$
$$\times\sqrt{\frac{2\omega^4}{3c_\omega^4}\xi_\omega - \frac{1}{4}\left(\frac{\omega^2}{c_\omega^2} - \frac{k_c^2}{4}\right)^2},$$

если $\quad \dfrac{2\omega^4}{3c_\omega^4}\xi_\omega > \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{\omega^4}{c_\omega^4} - \dfrac{k_c^2}{4}\right)^2.$

При меньших значениях параметра ξ_ω оператор $\pi_r(\omega)$ мнимой составляющей не имеет.

Флуктуационно-дисперсионная теорема теперь дает

$$<\hat{E}^\nu \hat{E}^{\nu'}>^{tr}_{\mathbf{k}\omega} = \frac{2T\omega}{c^2} \times$$
$$\times \frac{\sqrt{\dfrac{2}{3}\xi_\omega \dfrac{\omega^4}{c_\omega^4} - \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{\omega^2}{c_\omega^2} - \dfrac{k_c^2}{4}\right)^2}}{\left(\dfrac{\omega^2}{c_\omega^2} - k^2\right)\left(\dfrac{k_c^2}{4} - k^2\right) + \dfrac{2\omega^4}{3c_\omega^4}\xi_\omega} \frac{k_\nu k_{\nu'}}{k^2}. \qquad (50)$$

Формула (50) при слабой зависимости ξ_ω и c_ω от частоты, что реализуется в случае акустических волн, описывает, наряду с акустическим пиком $\omega = c_\omega k$, бозонный пик $\omega = c_\omega k/2$, ширина и высота которого определяются $\sqrt{\xi_\omega}$. Сильная зависимость ξ_ω и c_ω от частоты может влиять на результаты самым причудливым образом.

Заключение

Вопрос о трансформации когерентного света в некогерентный не может быть полностью решен в рамках классической физики. Уравнения Ньютона и Максвелла такой трансформации не предполагают. Кинетику классического электромагнитного поля во флуктуирующих средах надлежит дополнить неким новым принципом. Таким принципом не может, например, служить постулат "…поэтому рассеянный свет, исходящий из разных участков, некогерентен" [21]. Этот постулат не позволяет, в частности, рассчитывать вклад флуктуаций среды в вещественную часть показателя преломления. Достаточный принцип в рамках классической физики сформулировать не удается.

Иначе обстоит дело в квантовой теории, автоматически предсказывающей некогерентный характер рассеяния фотонов, если рассеиватель изменяет при этом свое квантовое состояние, в том числе трансляционное [39].

После исключения из уравнений квантованного электромагнитного поля операторов рассеивающей среды и перехода к квантовым средним возникает система уравнений, автоматически описывающая когерентный и некогерентный каналы рассеяния. Такое четкое разделение в квантовой теории процессов рассеяния по свойствам когерентности оставляет свой след в окончательных формулах при $\hbar \to 0$.

Подобная процедура исследования показывает, что вклад в коэффициент экстинкции процессов рассеяния на совокупности отдельных атомов, формирующих газ, и на флуктуациях их плотности вне области резонансных частот численно оказывается одним и тем же. Каждый из них описывается формулой Рэлея, удваивая тем самым оригинальную формулу Рэлея для коэффициента экстинкции. По этой причине дискуссия между Л. И. Мандельштамом и М. Планком [15] не могла быть решена на уровне классической физики. Работа Лоренца [15] не дала ничего нового.

В работе предсказываются $1/\omega$-шум продольных волн в спектре теплового излучения газов, обязанный явлениям флуктуации атомов среды и возникающий в результате фазового перехода, а также возникновение бозонного пика при слабой зависимости поляризуемости среды от частоты.

Автор данной статьи признателен проф. А. А. Рухадзе и участникам руководимого им семинара за содержательное обсуждение работы.

Литература

1. *Hehlen M. P., Kuditcher A., Rand S. C.*// Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 3050.
2. *Kuditcher A., Hehlen M. P., Florea C. H., Winick K. W., Rand S. C.*// Ibid. 2000. V. 84. P. 1898.
3. *Kumar G., Rao D. N., Agarwal G. S.*// Ibid. 2003. V. 9. P. 203903.
4. *Grenschau M. E., Bouden C. M.*// Phys. Rev. 1996. V. A53. P. 1139.
5. *Земцов Ю. К., Сечин А. Ю., Старостин А. Н.*// ЖЭТФ, 1996. Т. 110. С. 1654.
6. *Fleischauer M.*// Phys. Rev. 1999. V. A60. P. 2534.
7. *Scheel S., Knoll L., Welsch D.-G.*// Ibid. P. 4094.
8. *Grenshau.M. E., Bowden C. M.*// Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 1851.
9. *Inouye S., Chikkatur A. P., Stamper-Kurn D. M. et al.*// Science. 1999. V. 285. P. 594.
10. *Schneble D., Torri Y., Boyd M. et al.*// Ibid. 2003. V. 300. P. 475.

11. *Moor M. G., Meystre P.*// Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 5202.
12. *Алексеев В. А.*// ЖЭТФ. 2007. Т. 131. С. 387.
13. *Zhang H. Pu. W., Meystre P.*// Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 150407.
14. *Аветисян.Ю. А., Трифонов Е. Д.*// ЖЭТФ. 2006. Т. 130. С. 771.
15. *Собельман И. И.*// УФН. 2002. Т. 172. С. 85.
16. *Wood R. W.*// Phys. Zs. 1909. Bd. 10. No. 13. P. 425.
17. *Векленко Б. А., Ткачук Г. Б.*// Оптика и спектроскопия. 1976. Т. 41. С. 621.
18. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. — М.: ГИТТЛ, 1954.
19. *Born M., Wolf E.* Principles of Optics: Pergamon Press: Oxford. London, 1964.
20. *Рытов С. М.*// ДАН СССР. 1952. Т. 87. С. 535.
21. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. — М.: ГИТТЛ, 1957.
22. *Benassi P., Krisch M., Masciovecchio C., Mazzacurati V., Monaco G., Ruocco G., Sette F., Verbeni R.*// Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. P. 3835.
23. *Foret M., Courtens E., Vacher R., Suck J. B.*// Ibid. P. 3831.
24. *Ruocco G., Sette F., Leonardo R. Di., Fioretto D., Krisch M., Lorenzen M., Masciovecchio C., Monaco G., Pignon F., Scopigno T.*// Ibid. 1999. V. 83. P. 5583.
25. *Buchenau U., Prager M., Nucker N., Dianoux A. J., Ahmad N., Phillips W. A.*// Phys. Rev. B. 1986. V. 34. P. 5665.
26. *Vainer Yu. G., Naumov A. V., Bauer M., Kador L.*// Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. P. 185501.
27. *Векленко Б. А.*// Прикладная физика. 2008. № 1. С. 5.
28. *Scopingo T., Suck J. B., Angelini R., Albergamo F., Roucco G.*// Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 135501.
29. *Ruffle B., Guimbretiere G., Courtens E., Vacher R., Monaco G.*// Ibid. P. 045502.
30. *Абрикосов А. А., Питаевский Л. П., Дзялошинский И. Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. — М.: ГИФМЛ, 1962. С. 330.
31. *Ткачук Г. Б.*: Труды/ Моск. энерг. ин-т. 1978. Вып. 350. С. 26.
32. *Raylegh Lord.*// Philos. Mag. 1871. V. 14. P. 112; 1899. V. 47. P. 377.
33. *Гайтлер В.* Квантовая теория излучения. — М.: ИИЛ, 1956.
34. *Мандельштам Л. И.* Полное собрание трудов/ Под ред. С. М. Рытова. — М.: Изд-во АН СССР, 1948. Т. 1. С. 162, 170.
35. *Климонтович Ю. Л., Фурсов В. С.*// ЖЭТФ. 1949. Т. 19. С. 819.
36. *Nienhuis G., Alkemade C. Th. J.*// Physica (Amsterdam). 1976. V. 81. P. 181.
37. *Knoester J., Vukamel S.*// Phys. Rev. 1989. V. A40. P. 7065.
38. *Huttner B., Barnett S. H.*// Ibid. 1992. V. A46. P. 4306.
39. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1980.
40. *Кубо Р.*// В сб. Термодинамика необратимых процессов. — М.: ИИЛ, 1962. С. 345.
41. *Боголюбов Н. Н., Тябликов С. В.*// ДАН СССР. 1959. Т. 126. С. 53.
42. *Коган Ш. М.*// ФТТ. 1960. Т. 2. С. 1186.
43. *Векленко Б. А.*// ЖЭТФ. 2005. Т. 128. С. 662.
44. *Bourret R. C.*// Canad. Journ. Phys. 1962. V. 40. P. 782.
45. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.

Статья поступила в редакцию 15 мая 2008 г.

Boson peak and the evolution theory of electromagnetic field in dispersion media

B. A. Veklenko
Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russia
E-mail: VeklenkoBA@yandex.ru

Quantum theory of the transformation of determinant electromagnetic field into non determinant one deals with two transformation mechanisms. The first one is the quantum incoherent scattering in elementary act with changing in translation quantum state of scattering particle and the second one is scattering on space medium fluctuations. These two mechanisms by gas media lead independently to the Rayleigh formula making the conventional result twice larger. The theory of electromagnetic waves in fluctuating media predicts the existence of boson peak which can be hidden by strong frequency dependence of atom polarizability.

PACS: 03.70.+k, 05.40.Cf, 72.70.+m, 73.50.Td, 85.40.Qx