УДК 537.533.3

Теория эмиссионных и отражающих корпускулярно-оптических элементов с прямой оптической осью

А. Т. Ибраев
Казахстанская академия информации и бизнеса, г. Алматы, Казахстан

Сформулирована общая физико-математическая основа теоретического исследования трехмерных элементов эмиссионных и отражающих электронно-оптических систем с прямой оптической осью. Показано, что полученные общие выражения могут быть использованы для проведения подробных исследований конкретных электронно-оптических элементов.

PACS: 41.85.-p

Введение

Как известно, без основательного теоретического и численного исследований параметров пространственной и времяпролетной фокусировки пучков заряженных частиц в используемых на практике элементах корпускулярно-оптических систем невозможно качественно решить задачи проектирования электронно-оптических и ионно-лучевых приборов и технологических установок с улучшенными техническими характеристиками.

В настоящее время наиболее широкое практическое применение имеют осесимметричные, цилиндрические и квадрупольные линзы. Замена цилиндрических и осесимметричных линз в приборах и устройствах, например двоякосимметричными линзами, нередко позволяет значительно улучшить технические характеристики и заметно упростить конструкции этих приборов и устройств. Поэтому исследование свойств электронно-оптических элементов с трехмерным распределением электрического и магнитного полей представляет заметный теоретический и практический интерес.

Для всестороннего исследования и анализа свойств таких линз необходимо иметь их полную физико-математическую теорию. Созданию эффективной теории катодных линз и электронных зеркал долгое время препятствовали трудности математического характера, связанные с обращением в ноль потенциала на поверхности катода (для катодной линзы) и в области отражения (для электронного зеркала), а также с большими наклонами траекторий в окрестности поверхности с нулевым потенциалом.

Достаточно эффективный путь преодоления указанных трудностей был предложен в работах [1—3]. Однако в них при исследовании катодных линз недостаточно корректно используются начальные условия к уравнениям движения. Отмеченный недостаток устранен в работах [4, 5]. Практически еще неисследованными остаются различные типы катодных линз и электронных зеркал с трехмерными постоянными электрическими и магнитными полями.

В данной работе создается общая физико-математическая основа теоретического исследования трехмерных элементов эмиссионных и отражающих электронно-оптических систем с прямой оптической осью.

Теоретическая модель

Введем декартову систему координат x, y, z, координаты x и y которой связаны с координатами x_θ и y_θ вращающейся системы координат x_θ, y_θ, z уравнениями

$$x = x_\theta \cos\theta - y_\theta \sin\theta; \qquad (1)$$

$$y = x_\theta \sin\theta + y_\theta \cos\theta. \qquad (2)$$

В работе [6] было показано, что распределение электростатического потенциала $\varphi(x, y, z)$ вблизи оси z, которая выбирается в качестве главной оптической оси, может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \varphi(x,y,z) &= \Phi - \frac{1}{4}\Phi''(x^2+y^2) + \\ &+ \varphi_{kp}\left[\frac{1}{2}(x^2-y^2)\cos 2\psi + xy\sin 2\psi\right] + \frac{1}{3}\varphi_{sp} \times \\ &\times\left[(x^3-3xy^2)\cos 3\psi - (y^3-3x^2y)\sin 3\psi\right] + \qquad (3) \\ &+ \varphi_{op}\left[\frac{1}{4}(x^4+y^4-6x^2y^2)\cos 4\psi + (x^3y-xy^3)\sin 4\psi\right] + \\ &+ \frac{1}{64}\Phi^{\mathrm{IV}}(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{24}\left(\varphi''_{kp}\cos 2\psi - 4\psi'\varphi'_{kp}\sin 2\psi - \right. \\ &\left. - 2\psi''\varphi_{kp}\sin 2\psi - 4\psi'^2\varphi_{kp}\cos 2\psi\right)(x^4-y^4) - \frac{1}{12} \times \\ &\times \left(\varphi''_{kp}\sin 2\psi + 4\psi'\varphi'_{kp}\cos 2\psi + 2\psi''\varphi_{kp} \times \right. \\ &\left. \times \cos 2\psi - 4\psi'^2\varphi_{kp}\sin 2\psi\right)(x^3y+xy^3), \end{aligned}$$

где $\Phi = \Phi(z)$ — функция распределения электростатического потенциала вдоль главной оптической оси;

φ_{kp}, φ_{sp}, φ_{op} — функции, характеризующие, соответственно, квадрупольную, секступольную и октупольную составляющие электростатического поля;

$\psi = \psi(z)$ — функция, характеризующая ориентацию квадрупольного, секступольного и октупольного составляющих поля относительно осей x и y;

"штрихи" — дифференцирование по координате z.

Распределение магнитного поля может быть представлено в следующем виде:

$$A_x \;\; x, y, z \;\; = B_{k1}x - \frac{1}{2} \;\; B_z - 2B_{k2} \;\; y + 2B_{s1}xy +$$
$$+B_{s2} \;\; x^2 - y^2 \;\; - \left(\frac{1}{12}B_{k1}''' - B_{o2}\right)x^3 - \qquad (4)$$
$$-\left(\frac{1}{4}B_{k1}'' + 3B_{o2}\right)xy^2 + \left(3B_{o1} + \frac{1}{16}B_z''\right)x^2y -$$
$$-\left(\frac{1}{6}B_{k2}'' + B_{o1} - \frac{1}{16}B_z''\right)y^3;$$

$$A_y \;\; x, y, z \;\; = -B_{k1}y + \frac{1}{2} \;\; B_z + 2B_{k2} \;\; x - 2B_{s2}xy +$$
$$+B_{s1} \;\; x^2 - y^2 \;\; + \left(\frac{1}{12}B_{k1}''' - B_{o2}\right)y^3 + \qquad (5)$$
$$+\left(\frac{1}{4}B_{k1}'' - 3B_{o2}\right)x^2y - \left(3B_{o1} + \frac{1}{16}B_z''\right)xy^2 -$$
$$-\left(\frac{1}{6}B_{k2}'' - B_{o1} + \frac{1}{16}B_z''\right)x^3,$$

где $B_z \;\; z$, $B_{k1} \;\; z$, $B_{k2} \;\; z$, $B_{s1} \;\; z$, $B_{s2} \;\; z$, $B_{o1} \;\; z$, $B_{o2} \;\; z$ — функции, характеризующие распределение магнитного поля вдоль оси z, причем

$$B'_{k1} = B_{km}\cos 2\psi, \qquad B'_{k2} = B_{km}\sin 2\psi,$$
$$B'_{s1} = B_{sm}\sin 3\psi, \qquad B'_{s2} = B_{sm}\cos 3\psi, \qquad (6)$$
$$B'_{o1} = B_{om}\sin 4\psi, \qquad B'_{o1} = B_{om}\cos 4\psi.$$

В системе (6) $B_{km}(z)$, $B_{sm}(z)$ и $B_{om}(z)$ — характеризуют, соответственно, квадрупольную, секступольную и октупольную составляющие магнитного поля.

Движение произвольной заряженной частицы в пучке рассмотрим относительно движения основной частицы, которая имеет нулевую начальную энергию и движется вдоль главной оптической оси.

При выводе выражений (4) и (5) в целях обеспечения условия движения основной частицы по прямой линии вдоль главной оптической оси z — составляющая векторного потенциала $\vec{A}$ принята равной нулю, и компоненты напряженности магнитного поля $\vec{B}$ связаны с $\vec{A}$ следующим образом:

$$B_x = -\frac{\partial A_y}{\partial z}; \quad B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z}; \quad B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}. \qquad (7)$$

С учетом (7) движение заряженной частицы с зарядом e и массой m в исследуемом поле описывается следующими уравнениями:

$$m\ddot{x} = -e\frac{\partial\varphi}{\partial x} + e \;\; \dot{y}B_z - \dot{z}B_y \;\; ; \qquad (8)$$

$$m\ddot{y} = -e\frac{\partial\varphi}{\partial y} + e \;\; \dot{z}B_x - \dot{x}B_z \;\; ; \qquad (9)$$

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = -\frac{2e}{m} \;\; \varphi + \varepsilon \;\; , \qquad (10)$$

где "точки" и "двоеточие" — дифференцирование по времени;

$-e$, ε — разброс в начальных энергиях частиц в пучке.

Начальные условия к уравнениям (8)—(10) для катодной линзы имеют вид:

$$x(t)|_{t=0} = x_k; \qquad (11)$$

$$y(t)|_{t=0} = y_k; \qquad (12)$$

$$z(t)|_{t=0} = z_k; \qquad (13)$$

$$\dot{x}(t)|_{t=0} = \sqrt{-\frac{2e}{m}\varepsilon_x} = \sqrt{-\frac{2e}{m}\varepsilon\sin\alpha\cos\beta}; \qquad (14)$$

$$\dot{y}(t)|_{t=0} = \sqrt{-\frac{2e}{m}\varepsilon_y} = \sqrt{-\frac{2e}{m}\varepsilon\sin\alpha\sin\beta}; \qquad (15)$$

$$\dot{z}(t)|_{t=0} = \sqrt{-\frac{2e}{m}\varepsilon_z} = \sqrt{-\frac{2e}{m}\varepsilon\cos\alpha}, \qquad (16)$$

где α — угол между направлением вылета эмитированной катодом частицы и главной оптической осью;

β — угол между проекцией вектора начальной скорости на плоскость xy и осью x;

индекс "k" — значение величин при $t = 0$, т. е. на катоде.

Исследование катодных линз и электронных зеркал

В случае исследования свойств электронных зеркал вместо условий (11)—(16) при решении уравнений (8)—(10) необходимо использовать начальные условия, представленные в следующем виде:

$$x(z)|_{z=z_H}=x_H;\; y(z)|_{z=z_H}=y_H;\; t(z)|_{z=z_H}=t_H; \quad (17)$$

$$\left.\frac{dx}{dz}\right|_{z=z_H}=x'_H;\quad \left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=z_H}=y'_H; \quad (18)$$

$$\left.\frac{dz}{dt}\right|_{t=t_0}=0, \quad (19)$$

где индекс "H" — значения величин в предметной плоскости;

t_0 — момент времени прохождения частицей точки поворота;

x_H, y_H, x'_H, y'_H — величины первого порядка малости.

В выражении (19) принято, что отсчет времени пролета заряженной частицы в электронном зеркале проводится с момента поворота (отражения) частицы, в катодной же линзе этот отсчет начинается с момента вылета частицы из катода.

Для исследования одиночных и иммерсионных линз достаточно пользоваться условиями (17) и (18). Ввиду того, что в таких линзах выполняется условие $x'_H \ll 1$ и $y'_H \ll 1$, а $\Phi(z)\neq 0$, нет никаких принципиальных трудностей при разработке теории и проведении численных исследований их электронно-оптических параметров.

В катодных линзах и электронных зеркалах, соответственно, в прикатодной области и области отражения заряженных частиц величина потенциала принимает нулевое значение, и наклон траекторий частиц к главной оптической оси имеет большое значение. Эти обстоятельства создают определенные трудности математического характера, поэтому методика исследования обычных линз не подходит для исследования катодных линз и электронных зеркал.

Движение основной (опорной) частицы, относительно которого рассматриваются параметры движения произвольной частицы, описывается уравнениями

$$x_{on}(z_{on})=y_{on}(z_{on})=0; \quad (20)$$

$$\dot z_{on}^2=-\frac{2e}{m}\Phi(z_{on}). \quad (21)$$

В системе уравнений (20), (21) индекс *"on"* указывает на принадлежность величин к основному (опорному) движению.

Из уравнения (21) получим

$$\dot z_{on}=\sigma\sqrt{-\frac{2e}{m}\Phi(z_{on})}. \quad (22)$$

В уравнении (22) σ является знаковым коэффициентом и определяет направление движения заряженных частиц: для катодной линзы σ = 1; в электронных зеркалах для прямой ветви траектории принимают σ = +1, а для ее обратной ветви — σ = –1.

Координату z произвольной частицы можно выразить через координату z_{on} следующим образом:

$$z=z_{on}+\zeta(z_{on}). \quad (23)$$

Здесь функция $\zeta(z_{on})$ описывает продольную аберрацию исследуемой линзы.

Подставив в уравнения (8)—(10) значения $\varphi(x,y,z)$, $A_x(x,y,z)$ и $A_y(x,y,z)$ из (3)—(5) и учитывая (1), (2), (22), (23), получим

$$L_x(x_\theta)=f_x; \quad (24)$$

$$L_y(y_\theta)=f_y; \quad (25)$$

$$L_z(\zeta)=f_\zeta, \quad (26)$$

где L_x, L_y, L_z — операторы, имеющие вид

$$L_x(x)=2\Phi\frac{d^2x}{dz_{on}^2}+\Phi'\frac{dx}{dz_{on}}+$$
$$+\left[\frac{1}{2}\left(\Phi''+k^2B_z^2\right)-2\sigma k\left(\varphi_{kp}+\sqrt{\Phi}B_{km}\right)\right]x;$$

$$L_y(y)=2\Phi\frac{d^2y}{dz_{on}^2}+\Phi'\frac{dy}{dz_{on}}+$$
$$+\left[\frac{1}{2}\left(\Phi''+k^2B_z^2\right)+\left(\varphi_{kp}+2\sigma k\sqrt{\Phi}B_{km}\right)\right]y;$$

$$L_z(\zeta)=2\Phi\frac{d\zeta}{dz_{on}}-\Phi'\zeta,$$

$k^2=-\dfrac{e}{2m}$, f_x, f_y и f_ζ — малые по величине функции, имеющие следующие значения:

$$f_x=-\frac{\partial\varphi(z_{on}+\zeta)}{\partial x}+\sqrt{\Phi(z_{on})}\times$$
$$\times\left[y'(z_{on})B_z(z_{on}+\zeta)-B_y(z_{on}+\zeta)\right]+$$
$$+\left[\frac{1}{2}\left(\Phi''(z_{on})+k^2B_z^2(z_{on})\right)-2\sigma k\times\right.$$
$$\left.\times\left(\varphi_{kp}(z_{on})+\sqrt{\Phi(z_{on})}B_{km}(z_{on})\right)\right]x(z_{on});$$

$$f_y = -\frac{\partial\varphi(z_{on}+\zeta)}{\partial y} + \sqrt{\Phi(z_{on})} \times$$
$$\times\left[B_x(z_{on}+\zeta) - x'(z_{on})B_z(z_{on}+\zeta)\right] +$$
$$+\left[\frac{1}{2}\Phi''(z_{on}) + k^2 B_z^2(z_{on}) + 2\sigma k \times\right.$$
$$\left.\times\left(\varphi_{kp}(z_{on}) + \sqrt{\Phi(z_{on})}B_{km}(z_{on})\right)\right] y(z_{on});$$

$$f_\zeta = -\Phi x'^2 - \Phi y'^2 - \Phi\zeta'^2 - \Phi'\zeta\zeta' + \frac{\Phi''}{2}\zeta^2 -$$
$$-\left(\frac{\Phi''}{4} - f_{KB}\right)x^2 - \left(\frac{\Phi''}{4} + f_{KB}\right)y^2 + \varepsilon.$$

В уравнении (24) и в других пока не будет оговорено специально, что аргументами всех функций является z_{on}, а штрихи обозначают дифференцирование по параметру z_{on}.

При выводе уравнений (24)—(26) было принято

$$\psi' = \frac{\sigma k B_z}{2\sqrt{\Phi}}.$$

Уравнения (24)—(26) являются уравнениями движения заряженных частиц в параметрической форме. Для всестороннего теоретического исследования свойств элементов корпускулярно-оптической системы с прямой оптической осью необходимо решить эти уравнения.

Решаем эту систему уравнений методом последовательных приближений, в первом приближении правые части этих уравнений полагаем равными нулю, т. е.

$$L_x(x_{\theta 1}) = 0; \qquad (27)$$

$$L_y(y_{\theta 1}) = 0; \qquad (28)$$

$$L_z(\zeta_1) = 0. \qquad (29)$$

В последних уравнениях индекс "1" обозначает значения величин в первом (параксиальном) приближении.

Общие решения уравнений (27) и (28) имеют вид:

$$x_{\theta 1} = C_{x1}u_x + C_{x2}v_x,$$

$$y_{\theta 1} = C_{y1}u_y + C_{y2}v_y,$$

где $C_{x1}, C_{x2}, C_{y1}, C_{y2}$ — постоянные, определяемые из начальных условий,

$$u_x = u_{x1} + \sigma\Phi\sqrt{\Phi}u_{x2}; \quad v_x = \sigma\sqrt{\Phi}\left(v_{x1} + \sigma\Phi\sqrt{\Phi}v_{x2}\right);$$

$$u_y = u_{y1} + \sigma\Phi\sqrt{\Phi}u_{y2}; \quad v_y = \sigma\sqrt{\Phi}\left(v_{y1} + \sigma\Phi\sqrt{\Phi}v_{y2}\right),$$

u_{x1}, u_{x2}, v_{x1}, v_{x2}, u_{y1}, u_{y2}, v_{y1}, v_{y2} — аналитические функции.

При $B_{km} = 0$ функции с индексами, содержащими цифру 2, принимают нулевые значения.

Решение уравнения (29) имеет вид

$$\zeta_1 = C_\zeta\sqrt{\Phi}.$$

Здесь C_ζ — постоянная, которая с учетом условий (16) и (19), принимает значение, соответственно:

для катодной линзы

$$C_\zeta = \frac{2}{\Phi'_k}\sqrt{\varepsilon_z};$$

для электронного зеркала

$$C_\zeta = 0.$$

Во втором приближении решение уравнения (26) ищем в виде

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2,$$

где ζ_2 — функция, характеризующая суммарную продольную аберрацию второго порядка.

Общие решения уравнений (24) и (25) имеют вид:

$$x = x_1 + D_x; \qquad (30)$$

$$y = y_1 + D_y. \qquad (31)$$

Здесь D_x, D_y — функции, характеризующие поперечные аберрации исследуемого электронно-оптического элемента. Определяются эти функции путем решения уравнений (24) и (25) методом вариации произвольных постоянных.

Решая методом последовательных приближений уравнение (23), выразим z_{on} через координату главной оптической оси

$$z_{on} = z - \zeta_1(z) - \zeta_2(z) + \zeta_1'(z)\zeta_1(z). \qquad (32)$$

Подставив (32) в уравнения (30) и (31), находим уравнения траекторий заряженных частиц в явной зависимости от координаты z, т. е. имеем:

$$x(z) = x_1(z) - x_1'(z)\left[\zeta_1(z) + \zeta_2(z) - \zeta_1'(z)\zeta_1(z)\right] -$$
$$-\frac{1}{2}x_1''(z)\zeta_1^2(z) + D_x(z);$$

$$y(z) = y_1(z) - y_1'(z)\left[\zeta_1(z) + \zeta_2(z) - \zeta_1'(z)\zeta_1(z)\right] -$$
$$-\frac{1}{2}y_1''(z)\zeta_1^2(z) + D_y(z).$$

Последние уравнения характеризуют пространственную фокусировку заряженных частиц в трехмерных электронно-оптических элементах с комбинированными электрическими и магнитными полями и прямой оптической осью.

Времяпролетная фокусировка в рассматриваемых линзах описывается уравнением

$$t\ z = \frac{\sigma}{2k}\left\{\int\frac{dz}{\sqrt{\Phi}} - \frac{1}{\sqrt{\Phi}}\left[\zeta_1\ z + \zeta_2\ z - \zeta_1'\ z\ \zeta_1\ z\ \right]\right\}.$$

Из изложенного выше видно, что, хотя методики исследования катодных линз и электронных зеркал подобны, значения их параметров пространственной и времяпролетной фокусировки заметно отличаются.

Заключение

Полученные в этой работе общие выражения могут быть использованы для проведения подробных исследований конкретных электронно-оптических элементов.

Литература

1. *Кельман В. М., Сапаргалиев А. А., Якушев Е. Н.* Теория катодных линз. Часть I. Цилиндрическая катодная линза// ЖТФ. 1972. Т. 42. № 10. С. 2001—2009.

2. *Кельман В. М., Сапаргалиев А. А., Якушев Е. Н.* Теория катодных линз. Часть II. Электростатическая катодная линза с вращательной симметрией поля// Там же. 1973. Т. 42. № 1. С. 52—60.

3. *Ибраев А. Т., Сапаргалиев А. А.* Трансаксиальная электростатическая катодная линза// Там же. 1981. Т. 51. № 1. С. 22—30.

4. *Ибраев А. Т.* Исследование свойств осесимметричной катодной линзы// Межвуз. сб. науч. тр. "Создание элементов информацонной инфрастуктуры общества". — г. Алматы, 1996.

5. *Ибраев А. Т.* Теория двоякосимметричной электростатической катодной линзы. Часть 1. Уравнения траекторий// Вестник Карагандинского государственного университета. 2007. № 3 (47). С. 60—65.

6. *Дауменов Т. Д., Сапаргалиев А. А., Якушев Е. М.* Новый метод определения точечной характеристической функции для заряженных частиц, движущихся в электронно-оптических системах с прямой оптической осью// ЖТФ. 1978. Т. 48. № 12. С. 2447—2454.

Статья поступила в редакцию 1 октября 2008 г.

Theory of emissive and reflective corpuscular-optical elements with a direct optical axis

A. T. Ibraev
Kazakhstan Academy of Information and Business, Almaty, Kazakhstan

The general physical and mathematical basis for theoretical research of three-dimensional elements of emissive and reflective electron-optical systems with a direct optical axis has been formulated in this work. It is shown that the received general expressions can be used for carrying out detailed researches of the concrete electron-optical elements.

PACS: 41.85.-p

* * *