УДК 537.533.3

Методологические особенности исследования эмиссионных и отражающих элементов корпускулярной оптики

А. Т. Ибраев
Казахстанская академия информации и бизнеса, г. Алматы, Республика Казахстан

Проведен анализ общих уравнений движения и набора вариационных параметров, необходимых для теоретического исследования движения семейства заряженных частиц в электрических и магнитных полях.

PACS: 41.85.-p

Введение

Классические уравнения теории поля [1], как известно, описывают движение отдельной заряженной частицы. На практике в реальных корпускулярно-лучевых приборах и установках используется поток (семейство) заряженных частиц. Исследование свойств и проектирование элементов и узлов электронно-оптических и ионно-лучевых устройств в настоящее время, как правило, проводится путем определения параметров траектории произвольной частицы в пучке через координаты главной оптической оси или через параметры движения частицы, выбранной в качестве отсчетной или основной частицы [2—5].

В настоящей работе проведен анализ общих уравнений движения и набора вариационных параметров, необходимых для теоретического исследования движения семейства заряженных частиц в электрических и магнитных полях. Такой методологический анализ наиболее важен для случаев, когда исследуются эмиссионные или отражающие корпускулярно-оптические элементы.

Анализ уравнений движения

Примем, что движение произвольной частицы, как и в работе [2], описывается радиусом-вектором $\vec{R}(t)$. Движение любой отдельной частицы удовлетворяет уравнению Лагранжа, который имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \vec{V}}\right)-\frac{\partial L}{\partial \vec{R}}=0, \qquad (1)$$

где t — время;

$\vec{V}=\dfrac{d\vec{R}}{dt}$;

L — лагранжиан.

Для заряженной частицы с зарядом e и массой m_0 в электрическом поле с распределением электрического потенциала φ и векторного потенциала $\vec{A}$ лангранжиан имеет вид

$$L=-m_0c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}+e\left(\vec{A}\vec{V}-\varphi\right). \qquad (2)$$

где c — величина, равная скорости света;

v — модуль скорости движения заряженной частицы.

Координаты произвольной частицы выразим через координаты $\vec{R}_0(t)$ основной (отчетной) частицы следующим образом

$$\vec{R}=\vec{R}_0+\vec{r}, \qquad (3)$$

где $\vec{r}$ — вектор, описывающий пространственное смещение исследуемых частиц при равенстве времени пролета.

Вектор $\vec{r}$ в уравнении (3) представим в виде суммы

$$\vec{r}=\vec{r}_0+\vec{r}_p, \qquad (4)$$

где $\vec{r}_0$ — аберрационное смещение произвольной частицы в направлении движения основной частицы;

$\vec{r}_p$ — аберрационное смещение произвольной частицы в поперечном, перпендикулярном к направлению движения основной частицы, направлении.

Из уравнений (2)—(4) получим

$$L=-m_0c^2\sqrt{1-\frac{1}{c^2}\left[\left(\dot{\vec{R}}_0+\dot{\vec{r}}_0\right)^2+\dot{\vec{r}}_p{}^2\right]}+ \\ +e\left[\vec{A}_0\left(\dot{\vec{R}}_0+\dot{\vec{r}}_0\right)+\vec{A}_p\dot{\vec{r}}_p-\varphi\left(\vec{R}_0,\vec{r}\right)\right], \qquad (5)$$

где $\vec{A}_0$ — значение продольной составляющей векторного потенциала;

$\vec{A}_p$ — значение поперечной составляющей векторного потенциала;

точка над вектором — дифференцирование по времени.

С учетом того, что для основной частицы $\vec{r} = \vec{r}' = 0$, из (5) получим лагранжиан L_0 для частицы, движущейся по основной траектории

$$L_0 = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{\dot{\vec{R}}_0^{\,2}}{c^2}} + e\left[\vec{A}_0 \dot{\vec{R}}_0 - \varphi\left(\vec{R}_0\right)\right]. \qquad (6)$$

Для основного движения уравнение (1) с учетом (6), может быть записано в виде

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L_0}{\partial \dot{\vec{R}}_0}\right) - \frac{\partial L_0}{\partial \vec{R}_0} = 0. \qquad (7)$$

Все необходимые зависимости, характеризующие движение основной частицы, определяются путем решения уравнения (7) с учетом выражения (6).

После определения параметров основной траектории необходимо определить значение r_0, для чего уравнение (1) решается с учетом (5) при условиях

$$\vec{r}_p = 0, \qquad \dot{\vec{r}}_p = 0. \qquad (8)$$

Отметим, при условиях (8) уравнение (1) и выражение для ланграньжиана (5) принимают вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L_S}{\partial \dot{\vec{R}}_S}\right) - \frac{\partial L_S}{\partial \vec{R}_S} = 0; \qquad (9)$$

$$L_S = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\dot{\vec{R}}_S^{\,2}} + e\left[\vec{A}_S \dot{\vec{R}}_S - \varphi\left(\vec{R}_S, 0\right)\right],$$

где $R_S = s = R_0 + r_0\left(R_0\right)$.

Результаты решения уравнений (7) и (9) используются далее для решения уравнения (1) при значении лагранжиана (5) для определения $\vec{r}_p$.

Таким образом, определяются уравнения движения произвольной частицы исследуемого семейства (пучка) заряженных частиц в параметрической форме:

$$\vec{r}_p = \vec{r}_p\left(R_0\right), \qquad (10)$$
$$r_0 = r_0\left(R_0\right).$$

Для перехода к зависимости $\vec{r}_p$ от $s = R_S = R_0 + r_0\left(R_0\right)$, т. е. от координаты главной оптической оси, используем равенство

$$R_0 = R_0\left(s\right) = s - r_0\left(s - r_0\left(s - ...\right)\right). \qquad (11)$$

С учетом (10) и (11) имеем

$$\vec{r}_p\left(s\right) = \vec{r}_p\left[R_0\left(s\right)\right]. \qquad (12)$$

Уравнение (12) представляет собой уравнение траекторий в векторной форме.

Входящие в лагранжиан электрический потенциал φ и векторный магнитный потенциал $\vec{A}$ являются, в общем случае, функциями вида:

$$\varphi = \varphi\left(\vec{R}, t\right), \qquad \vec{A} = \vec{A}\left(\vec{R}, t\right).$$

В постоянных электрических и магнитных полях φ и $\vec{A}$ не зависят от времени t и с учетом (3) и (4) принимают вид:

$$\varphi = \varphi\left(\vec{R}_0 + \vec{r}_0, \vec{r}_p\right), \qquad \vec{A} = \vec{A}\left(\vec{R}_0 + \vec{r}_0, \vec{r}_p\right).$$

Ввиду того, что для узких пучков заряженных частиц величины $\vec{r}_0$ и $\vec{r}_p$ являются малыми величинами, функции φ и $\vec{A}$ могут быть представлены в виде:

$$\varphi = \varphi\left(\vec{R}_0, \vec{r}_0, \vec{r}_p\right), \qquad \vec{A} = \vec{A}\left(\vec{R}_0, \vec{r}_0, \vec{r}_p\right).$$

Из уравнения (5) видно, что лагранжиан в общем случае является функцией вида

$$L = L\left(\vec{R}_0, \vec{r}_0, \vec{r}_p, \dot{\vec{R}}_0, \dot{\vec{r}}_0, \dot{\vec{r}}_p\right). \qquad (13)$$

Из уравнения (7) следует, что

$$\dot{\vec{R}}_0 = f_0\left(\vec{R}_0\right). \qquad (14)$$

С учетом (14) уравнение (13) может быть представлено в виде

$$L = L\left(\vec{R}_0, \vec{r}_0, \vec{r}_p, \dot{\vec{r}}_0, \dot{\vec{r}}_p\right) \qquad (15)$$

или

$$L = L\left(\vec{R}_0, \vec{r}_0, \vec{r}_p, \dot{R}_0\vec{r}_0', \dot{R}_0\vec{r}_p'\right) = = L\left(\vec{R}_0, \vec{r}_0, \vec{r}_p, f_0\vec{r}_0', f_0\vec{r}_p'\right). \qquad (16)$$

В уравнении (15) лагранжиан представляет собой функцию от координаты основной частицы и малых величин, характеризующих продольную и поперечные аберрации для траекторий произвольных частиц. Кроме того, отметим, что лагранжиан в (15) и (16) представлен в виде функции от координат фазового пространства.

Из уравнения (16) следует, что традиционный метод исследования узких пучков в корпускулярно-оптических системах путем разложения функций, характеризующих движение заряженных частиц, по малым параметрам может быть применен также для исследования пучков с большими наклонами траекторий заряженных частиц при выполнении условия малости значений поперечной составляющей $\left(f_0\vec{r}_p' = \dot{\vec{r}}_p\right)$ скорости их движения. Это означает, что в области больших наклонов траекторий значения продольной составляющей скорости должны быть малы настолько, что обеспечивается выполнение отмеченного условия. Таким образом, при представлении лагранжиана в виде (15) или (16) устраняются принципиальные трудности математического характера для всестороннего теоретического и численного исследований свойств катодных линз, электронных зеркал или отклоняющих корпускулярно-оптических систем.

Ввиду того, что в фазовом пространстве пространственные координаты и составляющие скорости движения однозначно связаны интегралом движения и с учетом (15) и (16), значения поперечных и продольных смещений координат произвольной частицы от координат основной частицы могут быть определены в виде:

$$\bullet\ \vec{r}_p = \vec{r}_p\left(\vec{R}_0, \vec{r}_{0\text{H}}, \vec{r}_{p\text{H}}, \dot{\vec{r}}_{0\text{H}}, \dot{\vec{r}}_{p\text{H}}\right) = \\ = \vec{r}_p\left(\vec{R}_0, \vec{r}_{0\text{H}}, \vec{r}_{p\text{H}}, f_{0\text{H}}\vec{r}\,'_{0\text{H}}, f_{0\text{H}}\vec{r}\,'_{p\text{H}}\right); \tag{17}$$

$$\bullet\ \vec{r}_0 = \vec{r}_0\left(\vec{R}_0, \vec{r}_{0\text{H}}, \vec{r}_{p\text{H}}, \dot{\vec{r}}_{0\text{H}}, \dot{\vec{r}}_{p\text{H}}\right) = \\ = \vec{r}_0\left(\vec{R}_0, \vec{r}_{0\text{H}}, \vec{r}_{p\text{H}}, f_{0\text{H}}\vec{r}\,'_{0\text{H}}, f_{0\text{H}}\vec{r}\,'_{p\text{H}}\right), \tag{18}$$

где индекс "Н" обозначает, что значения величин заданы или определены в фиксированный момент времени $t = t_\text{H}$.

Введем декартову систему координат x, y, z, ось z которой совпадает с главной оптической осью подлежащего исследованию корпускулярно-оптического элемента. Уравнения (17) и (18) во введенной системе координат принимают вид

$$\bullet\ x = x\left(z_0, x_\text{H}, y_\text{H}, z_{\Delta\text{H}}, \dot{x}_\text{H}, \dot{y}_\text{H}, \dot{z}_{\Delta\text{H}}\right) = \\ = x\left(z_0, x_\text{H}, y_\text{H}, z_{\Delta\text{H}}, f_{0\text{H}}x'_\text{H}, f_{0\text{H}}y'_\text{H}, f_{0\text{H}}z'_{\Delta\text{H}}\right);$$

$$\bullet\ y = y\left(z_0, x_\text{H}, y_\text{H}, z_{\Delta\text{H}}, \dot{x}_\text{H}, \dot{y}_\text{H}, \dot{z}_{\Delta\text{H}}\right) = \\ = y\left(z_0, x_\text{H}, y_\text{H}, z_{\Delta\text{H}}, f_{0\text{H}}x'_\text{H}, f_{0\text{H}}y'_\text{H}, f_{0\text{H}}z'_{\Delta\text{H}}\right);$$

$$\bullet\ z = z\left(z_0, x_\text{H}, y_\text{H}, z_{\Delta\text{H}}, \dot{x}_\text{H}, \dot{y}_\text{H}, \dot{z}_{\Delta\text{H}}\right) = \\ = z\left(z_0, x_\text{H}, y_\text{H}, z_{\Delta\text{H}}, f_{0\text{H}}x'_\text{H}, f_{0\text{H}}y'_\text{H}, f_{0\text{H}}z'_{\Delta\text{H}}\right),$$

где z_0 — координата основной частицы;

$z_{\Delta\text{H}} = z_\text{H} - z_{0\text{H}}$.

Последние уравнения могут быть разложены в ряды по степеням вариационных параметров, которые характеризуют начальные условия движения произвольной частицы. Полным набором вариационных параметров для произвольной частицы определяется интеграл движения. Необоснованное пренебрежение каким-либо из этих параметров приводит к трудностям математического характера или к неточностям (ошибкам) при выводе выражений для расчетов параметров фокусировки в исследуемых корпускулярно-оптических системах. Пренебрежение продольными составляющими суммарной аберрации, а также неполный или недостаточный учет указанного выше набора вариационных параметров, достаточно долго не позволял ряду авторов добиться разработки всесторонней и корректной теории катодных линз и электронных зеркал.

Заключение

Учет продольных или времяпролетных аберраций при исследовании параметров фокусировки привел к преодолению основных трудностей разработки теории катодных линз в работах [3—5]. Рассмотренный в статье метод анализа и учета вариационных параметров был использован также автором настоящей работы при разработке теории катодной линзы с двумя плоскостями симметрии [6, 7] и в исследованиях других корпускулярно-оптических элементов и узлов.

Литература

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. — М.: Наука, 1973.

2. *Гринберг Г. А.* Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — Л.: Наука, 1948.

3. *Ильин В. П., Катешов В. А., Куликов Ю. В., Монастырский М. А.* Численные методы оптимизации эмиссионных электронно-оптических систем. — Новосибирск: Наука, 1987.

4. *Кельман В. М., Сапаргалиев А. А., Якушев Е. Н.* Теория катодных линз. Часть II. Электростатическая катодная линза с вращательной симметрией поля//ЖТФ. 1973. Т. 42. № 1. С. 52—60.

5. *Ибраев А. Т., Сапаргалиев А. А.* Трансаксиальная электростатическая катодная линза//Там же. 1981. Т. 51. № 1. С. 22—30.

6. *Ибраев А. Т.* Теория двоякосимметричной электростатической катодной линзы. Часть 1. Уравнения траекторий//Вестник Карагандинского государственного университета. 2007. № 3(47). С. 60—65.

7. *Ибраев А. Т.* Теория двоякосимметричной электростатической катодной линзы. Часть 2. Электронно-оптические свойства//Там же. С. 66—72.

Статья поступила в редакцию 3 июля 2008 г.

Methodological features of research of the emissive and reflecting elements for corpuscular optics

A. T. Ibraev
Kazakhstan Academy of Information and Business, Almaty, Kazakhstan

In the given work the analysis of the general equations of movement and a set of the variational parameters, necessary for theoretical research of movement of family of charged particles in electric and magnetic fields, has been made.

PACS: 41.85.-p

* * *