УДК 535.14

Нестационарное рассеяние квантованного электромагнитного поля на возбужденном атоме

Б. А. Векленко

Без использования теории возмущений на примере рассеяния квантованного электромагнитного поля возбужденным атомом показана допустимость в стандартной квантовой электродинамике сверхсветовых сигналов, переносящих информацию.

PACS: 42.50.-p

Ключевые слова: квантовая электродинамика, рассеяние, возбужденный атом, сверхсветовой сигнал.

Введение

Сверхсветовые скорости в оптических физических системах привлекают к себе повышенное внимание и "таят" много необычного [1]. И если вопрос о передачи информации со сверхсветовыми скоростями после работ Х. Лоренца, А. Пуанкаре и А. Эйнштейна в классической физике полностью закрыт, то в квантовой оптике такого категорического утверждения сделать нельзя.

В классической физике параметры, описывающие состояние системы (координата, импульс, электрическая и магнитная напряженности электромагнитного поля) определены в координатном пространстве. Вследствие преобразования Лоренца и уравнений движения эволюция этих параметров со скоростями, превышающими скорость света c, в вакууме исключена.

В квантовой физике состояние электромагнитного поля описывает волновая функция, определенная не в координатном, а в конфигурационном пространстве. Аналоги классических величин вычисляются как квантовые средние от соответствующих квантовых операторов. Если придерживаться принципа соответствия между квантовой и классической теориями, то можно предположить, что имеющие классический аналог "средние" величины, в квантовой теории электромагнитного поля не должны изменяться со скоростями, превышающими c. Остается вопрос: нельзя ли превзойти c за счет квантовых флуктуаций? Такая возможность априори не закрыта, скорее наоборот [2]. Если, интересуясь скоростью электромагнитного сигнала, генерируемого в точке $\mathbf{r} = 0$ в момент времени $t = 0$, мы поставим целью измерить через время t напряженность электромагнитного поля $\hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t)$ на баллистическом фронте, то вмешается соотношение неопределенностей Гейзенбегрга. Согласно определению, $\hat{E}^{\nu} = f^{\nu} / q$, где f^{ν} — сила, действующая на пробный заряд q, помещенный в точку $\mathbf{r}$. Но $f^{\nu} = dp^{\nu} / dt$, где p^{ν} — импульс этого пробного заряда, измеряемый в точке $\mathbf{r}$. Соотношение неопределенностей не позволяет одновременно точно определить импульс и координату никакого, реально существующего пробного тела. Возникает квантовый разброс — дисперсия. Часть экспериментальных точек окажется за баллистическим фронтом волны, другая — впереди его. Таким образом, в ряде экспериментов можно предвидеть регистрацию сверхсветовых сигналов.

Мы обращаем внимание на появление сверхсветовых сигналов в более яркой форме также за счет дисперсии в другой квантовой системе.

Пусть свет, генерируемый плотностью классического тока $j^{\nu}(\mathbf{r},t)$, рассеивается расположенным в точке $\mathbf{R}$ атомом, находящимся в возбужденном состоянии. Согласно квантовой теории, рассеяние света невозбужденным атомом представляется как виртуальный процесс поглощения рассеиваемого фотона и последующего процесса излучения этим атомом рассеянного кванта. Такой процесс рассеяния в состоянии лишь замедлить баллистическую скорость электромагнитной волны. Но при рассеянии света возбужденным атомом существует другой квантовый процесс рассеяния [3], заключающийся в спонтанном испускании этим атомом фотона с переходом атома в невозбужденное состояние и затем в поглощении уже невозбужденным атомом рассеиваемого кванта. Такой процесс описывается единой волновой функцией. По этой причине фотоны оказываются взаимно коррелированы, и процесс в целом носит характер рассеяния. Если изначально атом находился в основном состоянии, то такая вторая возможность рассеяния также существует, но оказывается несущественной в силу нерезонансности. Классическая трактовка процесса подсказывает, что рассеяние возбужденным атомом позволяет

Векленко Борис Александрович, главный научный сотрудник.
Объединенный институт высоких температур.
Россия, 127412, Москва, ул. Ижорская, 13, стр. 2.
E-mail: VeklenkoBA@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 28 сентября 2009 г.

получить выигрыш в расстоянии $c\tau$, где τ — время корреляции фотонов. Впереди баллистического фронта на расстоянии $c\tau$ возникает сверхсветовой предвестник.

Разумеется, что приведенные рассуждения не имеют доказательной силы и требуют подробного исследования. До сего времени сверхсветовые сигналы в стандартной квантовой электродинамике не появлялись и тому есть причина.

Обозначим волновую функцию квантовой системы: электромагнитное поле плюс рассеивающий атом после процесса рассеяния через Ψ. Разложим эту функцию по полной системе волновых функций ψ_i рассеивающего атома

$$\Psi = f_0\psi_0 + \sum_{i\neq 0} f_i\psi_i = f_0\psi_0 + \left(\Psi - f_0\psi_0\right),$$

где начальное состояние атома ψ_0 выделено в отдельное слагаемое. Из-за ортогональности волновых функций атома скалярное произведение функций

$$\left\langle f_0\psi_0 \middle| \Psi - f_0\psi_0 \right\rangle = 0$$

обращается в ноль. Если в результате рассеяния атом остался в исходном состоянии ψ_0, то такой процесс рассеяния будем называть когерентным [4]. Этому процессу отвечает волновая функция электромагнитного поля f_0. Если ψ_0 отвечает возбужденному состоянию, то f_0, согласно сказанному выше, описывает сверхсветовые сигналы. Если в результате рассеяния волновая функция атома меняется, то такой процесс, по определению, считается некогерентным.

Наблюдаемые на опыте величины вычисляются как квантовые средние от соответствующих квантовых операторов $\hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t)$ (представление взаимодействия)

$$\left\langle \hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right\rangle = \left\langle \Psi \middle| \hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t) \middle| \Psi \right\rangle = \left\langle f_0\psi_0 \middle| \hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t) \middle| f_0\psi_0 \right\rangle + \\ + \left\langle \Psi - f_0\psi_0 \middle| \hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t) \middle| \Psi - f_0\psi_0 \right\rangle. \qquad (1)$$

Первое слагаемое правой части (1) описывает когерентное рассеяние и при рассеянии на возбужденном атоме сверхсветовые сигналы. Второе слагаемое описывает процессы некогерентного рассеяния, в частности, вынужденные процессы, при котором исходное состояние рассеивателя ψ_0 изменяется на ему ортогональное $\psi_i (i \neq 0)$. Только интерференция когерентного и некогерентного каналов рассеяния исключает в (1) сверхсветовые сигналы в окончательном результате. В свою очередь, это означает, что при рассеянии на возбужденном атоме волновые функции $f_i (i \neq 0)$ также описывают сверхсветовые сигналы. Всегда ли сверхсветовые сигналы исчезают в результате интерференции каналов?

Пусть нас интересуют билинейные нормально–упорядоченные произведения операторов электромагнитного поля $\left\langle \hat{N}\left(\hat{E}^{\nu}\right)^2\right\rangle$, определяющие его энергетические характеристики. Эту величину снизу можно оценить следующим образом. Воспользуемся тем, что

$$\hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t) = i\sum_{\mathbf{k}\lambda}\sqrt{\frac{\hbar ck}{2V}}\, e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{kr}-ickt} - \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}e^{-i\mathbf{kr}+ickt}\right),$$

где $\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}$ и $\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}$ — операторы уничтожения и рождения фотонов в состоянии с волновым вектором $\mathbf{k}$ и индексом поляризации λ.

Эти операторы удовлетворяют стандартным перестановочным соотношениям

$$\left[\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda};\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\delta_{\lambda\lambda'}.$$

Электромагнитное поле считается поперечным $\lambda = 1{,}2$. Через $\mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda}$ обозначены единичные векторы линейной поляризации, V — объем квантования. Поскольку операторы $\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}$ и $\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}$ эрмитово сопряжены, то

$$\left\langle \sum_{\mathbf{k}\lambda}\sqrt{k}\, e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda} e^{-i\mathbf{kr}+ikct}\left(\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda} - \left\langle \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle\right)\times \right. \\ \left. \times\sum_{\mathbf{k}'\lambda'}\sqrt{k'}\, e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'} e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r}-ik'ct}\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'} - \left\langle \hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle\right)\right\rangle \geq 0.$$

Отсюда

$$\sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\lambda\lambda'}\sqrt{kk'}\, e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}+i(k-k')t}\left\langle \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle \geq \\ \geq \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{k}\lambda\lambda'}\sqrt{kk'}\, e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}+i(k-k')t}\left\langle \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle\left\langle \hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle.$$

Если электромагнитное поле обладает характерной частотой ω_0 и характерной длиной волны $\lambda\!\!\!^{-}_0$ и нас интересуют масштабы времен и расстояний, существенно превышающие $1/\omega_0$ и $\lambda\!\!\!^{-}_0$, то справедливыми оказываются неравенства

$$\left\langle\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{kr}-ickt}\right)^2\right\rangle + \left\langle\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{kr}-ickt}\right)^2\right\rangle^{*} << \left\langle \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle,$$

$$\left\langle \hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle^2 e^{2i\mathbf{kr}-2ickt} + \left(\left\langle \hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle^2\right)^{*} e^{-2i\mathbf{kr}+2ickt} << \left\langle \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle\left\langle \hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle.$$

Теперь нетрудно видеть, что

$$\left\langle \hat{N}\left(\hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^{2}\right\rangle \approx \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\lambda\lambda'} \frac{\hbar c}{2V}\times$$
$$\times\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}+ick(t-t')} \geq \qquad (2)$$
$$\geq \sum_{\mathbf{k}\lambda} \frac{\hbar c}{2V}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle\left\langle \hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}+ick(t-t')} \approx$$
$$\approx\left\langle \hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right\rangle^{2}.$$

Таким образом, $\left\langle \hat{E}^{\nu}\right\rangle$ определяет оценку снизу для искомой $\left\langle \hat{N}\left(\hat{E}^{\nu}\right)^{2}\right\rangle$. Справедливость неравенства (2) не зависит от того конкретного состояния, по которому производится квантовое усреднение, и не связано с теорией возмущений. Но если неравенство (2) применить к каждому слагаемому правой части представления

$$\left\langle \hat{N}(\hat{E}^{\nu})^{2}\right\rangle = \left\langle f_0\psi_0\left|\hat{N}(\hat{E}^{\nu})^{2}\right|f_0\psi_0\right\rangle +$$
$$+\left\langle \Psi - f_0\psi_0\left|\hat{N}(\hat{E}^{\nu})^{2}\right|\Psi - f_0\psi_0\right\rangle,$$

то найдем, что

$$\left\langle \hat{N}(\hat{E}^{\nu})^{2}\right\rangle \geq \left\langle f_0\psi_0\left|\hat{E}^{\nu}\right|f_0\psi_0\right\rangle^{2} +$$
$$+\left\langle \Psi - f_0\psi_0\left|\hat{E}^{\nu}\right|\Psi - f_0\psi_0\right\rangle^{2}.$$

Теперь в силу положительной определенности слагаемых в правой части последнего неравенства сверхсветовые сигналы в разных каналах взаимно компенсироваться не будут, и избежать их не удастся. Теория предсказывает таким образом их появление. Последнее неравенство можно переписать в виде

$$\left\langle \hat{N}(\hat{E}^{\nu})^{2}\right\rangle \geq \left\langle f_0\psi_0\left|\hat{E}^{\nu}\right|f_0\psi_0\right\rangle^{2} +$$
$$+\left(\left\langle \Psi\left|\hat{E}^{\nu}\right|\Psi\right\rangle - \left\langle f_0\psi_0\left|\hat{E}^{\nu}\right|f_0\psi_0\right\rangle\right)^{2},$$

что подчеркивает важную роль когерентного канала рассеяния в том случае, если рассеянный электромагнитный сигнал не является классической величиной и $\left\langle \hat{N}(\hat{E}^{\nu})^{2}\right\rangle \neq \left\langle \hat{E}^{\nu}\right\rangle^{2}$. Это же неравенство открывает следующий путь оценки $\left\langle \hat{N}(\hat{E}^{\nu})^{2}\right\rangle$ в квазиклассическом приближении. Выражение $\left\langle \Psi\left|\hat{E}^{\nu}\right|\Psi\right\rangle$ можно рассчитать, воспользовавшись стандартной полуклассической теорией излучения, оперирующей с неквантованным электромагнитным полем. Расчет $\left\langle f_0\psi_0\left|\hat{E}^{\nu}\right|f_0\psi_0\right\rangle$ требует использования лишь когерентного канала рассеяния, что даже в протяженных средах удается выполнить с помощью волновых функций [5], не прибегая к формализму матрицы плотности.

Постановка задачи

Пусть квантованное электромагнитное поле, генерируемое плотностью классического тока, рассеивается атомом, расположенном в точке $\mathbf{R}$. Будем считать, что атом обладает одним валентным электроном, спиновыми эффектами пренебрежем. Процессу рассеяния сопоставим уравнение Шредингера (представление Шредингера)

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left(\int\hat{\psi}^{+}\hat{H}_a\hat{\psi}d\mathbf{r} + \hat{H}_{ph} -\right.$$
$$\left.-\frac{e}{mc}\int\hat{\psi}\hat{p}^{\nu}_{\mathbf{r}}\hat{A}^{\nu}\hat{\psi}d\mathbf{r} - \frac{1}{c}\int j^{\nu}\hat{A}^{\nu}d\mathbf{r}\right)\Psi. \qquad (3)$$

Ограничимся квазирезонансным приближением, опустим в гамильтониане член, пропорциональный $\hat{\mathbf{A}}^{2}$, и используем калибровку с нулевым скалярным потенциалом [6]. В уравнении (3) приняты следующие обозначения:

$$\hat{H}_a = \frac{\hat{p}^{2}_{\mathbf{r}}}{2m} + U(\mathbf{r}-\mathbf{R}), \qquad \hat{H}_{ph} = \sum_{\mathbf{k}\lambda}\hbar ck\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda},$$
$$\hat{p}^{\nu}_{\mathbf{r}} = -i\hbar\nabla^{\nu}_{\mathbf{r}}, \qquad \hat{\psi}(\mathbf{r}) = \sum_j \psi_j(\mathbf{r}-\mathbf{R})\hat{b}_j,$$
$$\hat{\psi}^{+}(\mathbf{r}) = \sum_j \psi^{*}_j(\mathbf{r}-\mathbf{R})\hat{b}^{+}_j,$$
$$\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}\lambda}\sqrt{\frac{\hbar c}{2kV}}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}\right).$$

Через $\hat{b}_j$ и $\hat{b}^{+}_j$ обозначены операторы уничтожения и рождения атома, описываемого волновой функцией ψ_i и обладающего энергией ε_j. В температурно невырожденном газе можно считать, что эти операторы подчиняются перестановочным соотношениям полей Бозе—Эйнштейна. Через $U(\mathbf{r}-\mathbf{R})$ обозначена потенциальная энергия электрона в атоме, m — масса электрона. По повторяющимся индексам ν здесь и ниже подразумевается суммирование.

Чтобы воспользоваться неравенством (2), надо иметь возможность различать те части электромагнитного поля, которые формируются разными каналами рассеяния. В представлении Гейзенберга это сделать невозможно, а потому расчеты необходимо выполнить в представлении либо взаимодействия, либо Шредингера. По указанной причине последние два представления имеют явное преимущество перед представлением Гейзенберга и в этом смысле они ему не эквивалентны.

Переход к представлению взаимодействия осуществляет унитарный оператор $\hat{U}(t)$, удовлетворяющий уравнению

$$i\hbar\frac{\partial\hat{U}(t)}{\partial t}=\left(\int\hat{\psi}^{+}\hat{H}_{a}\hat{\psi}d\mathbf{r}+\hat{H}_{ph}-\frac{1}{c}\int j^{\nu}\hat{A}^{\nu}d\mathbf{r}\right)\hat{U}(t).$$

Использованное представление взаимодействия отличается от общепринятого зависимостью оператора $U(t)$ от тока j^{ν}. Нетрудно видеть, что

$$\hat{U}(t)=\hat{\varphi}(t)\exp\left(\frac{1}{i\hbar}\int\hat{\psi}^{+}\hat{H}_{a}\hat{\psi}dt'd\mathbf{r}'\right),$$

где

$$i\hbar\frac{\partial\hat{\varphi}(t)}{\partial t}=\left(\hat{H}_{ph}-\frac{1}{c}\int j^{\nu}\hat{A}^{\nu}d\mathbf{r}\right)\hat{\varphi}(t).$$

В используемом представлении взаимодействия

$$\hat{\psi}(\mathbf{r},t)=\hat{U}^{+}(t)\hat{\psi}(\mathbf{r})\hat{U}(t)=\sum_{j}\psi_{j}(\mathbf{r}-\mathbf{R})\hat{b}_{j}\exp\left(\frac{\varepsilon_{j}}{i\hbar}t\right),$$

$$\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|\mathbf{j})=\sum_{\mathbf{k}\lambda}\sqrt{\frac{\hbar c}{2kV}}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}(t|\mathbf{j})e^{i\mathbf{kr}}+\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}(t|\mathbf{j})e^{-i\mathbf{kr}}\right),$$

$$\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}(t|\mathbf{j})=\hat{\varphi}^{+}(t)\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\varphi}(t),$$

волновая функция системы (сохраняем обозначение) удовлетворяет уравнению

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(t)}{\partial t}=\hat{H}'(t|\mathbf{j})\Psi(t),$$

где

$$\hat{H}'(t|\mathbf{j})=-\frac{e}{mc}\int\hat{\psi}^{+}(\mathbf{r},t)\hat{p}^{\nu}_{\mathbf{r}}\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|\mathbf{j})\hat{\psi}(\mathbf{r},t)d\mathbf{r}.$$

Решение этого уравнения пишется в стандартной форме

$$\Psi(t)=\hat{S}(t,t_0)\Psi_0,$$

где Ψ_0 описывает состояние системы в начальный момент времени и

$$\hat{S}(t,t_0)=\hat{T}\exp\left(\frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^{t}\hat{H}'(t'|\mathbf{j})dt'\right),\quad t_0\to-\infty,$$

причем $\hat{T}$ — хронологический оператор. Интересующий нас сигнал имеет вид

$$A^{\nu}(\mathbf{r},t)=<\hat{S}\Psi_0\left|\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|\mathbf{j})\right|\hat{S}\Psi_0>.$$

Волновая функция Ψ_0 описывает начальное состояние рассеивающего атома и вакуумное состояние электромагнитного поля. Во втором порядке $\sim e^2$ теории возмущений, которым мы ограничимся, оказывается, что

$$\hat{S}=1+\hat{S}^{(1)}+\hat{S}^{(2)}=1+\frac{1}{i\hbar}\int\hat{H}'(t'|\mathbf{j})dt'\times$$
$$\times\frac{\hat{T}}{2(i\hbar)^2}\int\hat{H}'(t'|\mathbf{j})dt'\int\hat{H}'(t''|\mathbf{j})dt''.$$

Теперь

$$A^{\nu}(\mathbf{r},t)=\left[\left\langle\Psi_0\left|\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|\mathbf{j})\right|\hat{S}^{(2)}\Psi_0\right\rangle+c.c.\right]+$$
$$+\left\langle\hat{S}^{(1)}\Psi_0\left|\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|\mathbf{j})\right|\hat{S}^{(1)}\Psi_0\right\rangle.$$

Первое слагаемое здесь отлично от нуля только тогда, если состояние атома в процессе рассеяния не меняется. Таким образом, это слагаемое описывает когерентный канал рассеяния, а второе слагаемое — некогерентный канал. Описывающий процесс рассеяния фотона на атоме оператор $\hat{S}^{(2)}$ должен содержать один оператор уничтожения атома и один оператор рождения атома в том же состоянии. Переход от $\hat{T}$-произведения к нормальному $\hat{N}$-произведению показывает формула

$$\left(\hat{T}-\hat{N}\right)\hat{\psi}(\mathbf{r}_1,t_1)\hat{\psi}^{+}(\mathbf{r}_2,t_2)=\vartheta(t_1-t_2)\times$$
$$\times\sum_{j}\psi_{j}(\mathbf{r}_1-\mathbf{R})\psi^{*}_{j}(\mathbf{r}_2-\mathbf{R})\exp\left(\frac{\varepsilon_{j}}{i\hbar}(t_1-t_2)\right)= \quad (4)$$
$$=i\hbar G_r\left(\mathbf{r}_1,t_1,\mathbf{r}_2,t_2\right),$$

где $\vartheta(t_1-t_2)$ — ступенчатая функция Хевисайда.

Интересующая нас форма оператора $\hat{S}^{(2)}$ имеет вид

$$\hat{S}^{(2)}=\frac{\hat{T}_a}{i\hbar}\left(\frac{e}{mc}\right)^2\int\hat{\psi}^{+}(x_1)\hat{p}^{\nu_1}_{\mathbf{r}_1}\hat{A}^{\nu_1}\left(x_1|\mathbf{j}\right)\times$$
$$\times G_r\left(x_1,x_2\right)\hat{p}^{\nu_2}_{\mathbf{r}_2}\hat{A}^{\nu_2}\left(x_2|\mathbf{j}\right)\hat{\psi}(x_2)dx_1dx_2, \quad (5)$$
$$x=\{\mathbf{r},t\},$$

где $\hat{T}_a$ — часть хронологического оператора, которая действует лишь на операторы электромагнитного поля. Далее имеем

$$\left(\hat{T}_a-\hat{N}\right)\hat{A}^{\nu_1}\left(x_1|\mathbf{j}\right)\hat{A}^{\nu_2}\left(x_2|\mathbf{j}\right)=i\hbar D^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2|\mathbf{j}).$$

Здесь при $j^{\nu}(\mathbf{r},t)=0$

$$D^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2|0)=$$
$$=\sum_{\mathbf{k}\lambda}\frac{c}{2ikV}e^{\nu_1}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu_2}_{\mathbf{k}\lambda}\left(\vartheta(t_1-t_2)e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)-ikc(t_1-t_2)}+\right.$$
$$\left.+\vartheta(t_2-t_1)e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)+ikc(t_1-t_2)}\right).$$

При $j^{\nu}(\mathbf{r},t)\neq 0$ функция $D^{\nu_1\nu_2}$ нам не понадобится. В линейном по j^{ν} приближении находим, что

$$\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|\mathbf{j})=\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|0)-$$
$$-\frac{1}{c}\int\Delta_r^{\nu\nu_1}(\mathbf{r},t,\mathbf{r}_1,t_1)j^{\nu_1}(\mathbf{r}_1,t_1)d\mathbf{r}_1dt_1, \tag{6}$$

$$\Delta_r^{\nu_1}(\mathbf{r},t,\mathbf{r}_1,t_1)=\frac{1}{i\hbar}\left[\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|0);\hat{A}^{\nu_1}(\mathbf{r}_1,t_1|0)\right]\vartheta(t-t_1),$$

$$\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|0)=$$
$$=\sum_{\mathbf{k}\lambda}\sqrt{\frac{\hbar c}{2kV}}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-ikct}+\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}+ikct}\right). \tag{7}$$

Как отмечалось, во втором порядке теории возмущений в когерентном канале рассеяния нас интересует конструкция

$$A^{\nu}(\mathbf{r},t)=\left\langle\Psi_0\left|\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t|\mathbf{j})\right|\hat{S}^{(2)}\Psi_0\right\rangle. \tag{8}$$

Подстановка (6) в (7) и (5) показывает, что для расчета (8) необходимо исследовать следующие три выражения:

$$A_1^{\nu}(\mathbf{r},t)=-\frac{1}{ic\hbar}\left(\frac{e}{mc}\right)^2\times$$
$$\times\left\langle\Psi_0\right|\int\hat{\psi}^{+}(x_1)\hat{p}^{\nu_1}_{\mathbf{r}_1}G_r(x_1,x_2)\hat{p}^{\nu_2}_{\mathbf{r}_2}\hat{A}^{\nu}(x|0)\hat{A}^{\nu_1(-)}\times \tag{9}$$
$$\times(x_1|0)\left|\Psi_0\right\rangle\Delta_r^{\nu_2\nu_3}(x_2,x_3)j^{\nu_3}(x_3)dx_1dx_2dx_3;$$

$$A_2^{\nu}(\mathbf{r},t)=-\frac{1}{ic\hbar}\left(\frac{e}{mc}\right)^2\times$$
$$\times\left\langle\Psi_0\right|\int\hat{\psi}^{+}(x_1)\hat{p}^{\nu_1}_{\mathbf{r}_1}G_r(x_1,x_2)\hat{p}^{\nu_2}_{\mathbf{r}_2}\hat{A}^{\nu}(x|0)\hat{A}^{\nu_2(-)}\times \tag{10}$$
$$\times(x_2|0)\left|\Psi_0\right\rangle\Delta_r^{\nu_1\nu_3}(x_1,x_3)j^{\nu_3}(x_3)dx_1dx_2dx_3;$$

$$A_3^{\nu}(\mathbf{r},t)=\left(\frac{e}{mc}\right)^2\left\langle\Psi_0\right|\int\hat{\psi}^{+}(x_1)\hat{p}^{\nu_1}_{\mathbf{r}_1}G_r(x_1,x_2)\times$$
$$\times\hat{p}^{\nu_2}_{\mathbf{r}_2}\hat{A}^{\nu}(x|\mathbf{j})\left|\Psi_0\right\rangle D_r^{\nu_1\nu_2}(x_1,x_2|0)dx_1dx_2, \tag{11}$$

здесь $\hat{A}^{\nu(-)}(x|0)$ — отрицательно частотная часть оператора (7).

Формула (11) описывает распространение генерируемого током $j^{\nu}(x)$ электромагнитного поля в вакууме при одновременном "обрастании" возбужденного состояния атома вследствие взаимодействия его с вакуумным электромагнитным фоном. Этот процесс нас интересовать не будет. Тем более, что вклад его в сверхсветовую зону перед баллистическим фронтом волны оказывается нулевым.

Когерентный канал рассеяния (рассеяние на невозбужденном атоме)

Подставим в формулу (9), определяющую $A_1^{\nu}(\mathbf{r},t)$, входящие в это выражение функции в явном виде. При этом надо иметь в виду, что $\Delta_r^{\nu_2\nu_3}(x_2,x_3)\sim\vartheta(t_2-t_3)$, а интегрирование в (9) по временным аргументам не простирается далее t. Верхний предел интегрирования можно продолжить до бесконечности, если ввести под знак интегралов функцию $\vartheta(t-t_1)$. Далее надлежит воспользоваться представлением

$$\vartheta(t-t_1)\vartheta(t_2-t_3)=\left(-\frac{1}{2\pi i}\right)^2\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-i\alpha_1(t-t_1)}}{\alpha_1+i0}\frac{e^{-i\alpha_2(t_2-t_3)}}{\alpha_2+i0}d\alpha_1d\alpha_2,$$

после чего снимаются интегралы по переменным $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$, t_1, t_2 и α_2.

$$A_1^{\nu}(\mathbf{r},t)=-\frac{1}{c}\left(\frac{e}{m}\right)^2\frac{1}{8\pi V^2}\times$$
$$\times\sum_{j_2}\frac{1}{k_1k_2}p^{\nu_1}_{j_0j_2}p^{\nu_2 *}_{j_0j_2}e^{\nu}_{\mathbf{k}_1\lambda_1}e^{\nu_1}_{\mathbf{k}_1\lambda_1}e^{\nu_2}_{\mathbf{k}_2\lambda_2}e^{\nu_3}_{\mathbf{k}_2\lambda_2}G_r^{j_2}\times$$
$$\times\left(k_1c-\frac{\varepsilon_{j_0}}{\hbar}+\alpha_1\right)j^{\nu_3}(\mathbf{r}_3,t_3)\cdot e^{i\mathbf{k}_1(\mathbf{r}-\mathbf{R})+i\mathbf{k}_2(\mathbf{r}_3-\mathbf{R})}\times$$
$$\times\frac{e^{-i(t-t_3)(k_1c+\alpha_1)}}{(\alpha_1+k_1c-k_2c+i0)(\alpha_1+i0)}d\alpha_1d\mathbf{r}_3dt_3.$$

Здесь использовано дипольное приближение, индекс j_0 сопоставлен начальному состоянию атома, использовано обозначение

$$p^{\nu}_{j_1j_2}=\int\psi^{*}_{j_1}(\boldsymbol{\rho})\hat{p}^{\nu}_{\boldsymbol{\rho}}\psi_{j_2}(\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}.$$

Также использовано представление

$$G_r(\mathbf{r}_1,t_1,\mathbf{r}_2,t_2)=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{j_2}\psi_{j_2}(\mathbf{r}_1-\mathbf{R})\psi^{*}_{j_2}(\mathbf{r}_2-\mathbf{R})e^{-\frac{E}{\hbar}(t_1-t_2)}G_r^{j_2}\left(\frac{E}{\hbar}\right)\frac{dE}{2\pi\hbar},$$

где, согласно (4),

$$G_r^j\left(\frac{E}{\hbar}\right)=\frac{1}{E-\varepsilon_j+i0}.$$

При произвольной гладкой $f(k)$ и $V\to\infty$ суммирование по индексам поляризации λ_1 и λ_2 и волновым векторам $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ осуществляется по следующей схеме:

$$\sum_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu'}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{R})}f(k)=$$
$$=\frac{V}{2\pi^2}\int_0^\infty k\left(\delta_{\nu\nu''}-\frac{k^\nu k^{\nu'}}{k^2}\right)f(k)\frac{\sin k|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}dk=$$
$$=\frac{V}{2\pi^2}\int_0^\infty k\left(\delta_{\nu\nu'}-n^\nu n^{\nu'}\right)f(k)\frac{\sin k|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}dk.$$

Последнее равенство предполагает, что рассеивающий атом находится в волновой зоне излучателя $j^\nu(\mathbf{r},t)$ и $n^\nu=(\mathbf{r}-\mathbf{R})^\nu/|\mathbf{r}-\mathbf{R}|$.

Возникшие интегралы по модулю волнового вектора $\mathbf{k}$ вычисляем в полюсном приближении

$$\int_0^\infty\frac{\sin k|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}{\varepsilon_{j_0}-\varepsilon_{j_2}-kc\hbar+i0}dk=-\frac{\pi}{c\hbar}\exp\left(i\frac{\varepsilon_{j_0}-\varepsilon_{j_2}}{c\hbar}|\mathbf{r}-\mathbf{R}|\right).$$

Это означает, что нас не интересуют масштабы порядка длины волны и, в частности, структура баллистического фронта на этих масштабах. Теперь окончательно в волновой зоне получаем следующий результат:

$$A_1^\nu(\mathbf{r},t|1)=\frac{i}{16\pi^2c^3\hbar}\left(\frac{e}{m}\right)^2\times$$
$$\times\int\sum_{j_2}p^{\nu_1}_{j_0j_2}p^{\nu_2*}_{j_0j_2}\left(\delta_{\nu\nu_1}-n^\nu n^{\nu_1}\right)\left(\delta_{\nu_2\nu_3}-n_3^{\nu_2}n_3^{\nu_3}\right)j^{\nu_3}(\mathbf{r}_3,t_3)\times$$
$$\times\frac{\vartheta(t-t_3)}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}||\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|}\vartheta(\varepsilon_{j_2}-\varepsilon_{j_0})\vartheta\left((t-t_3)-|\mathbf{r}-\mathbf{R}|-|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|\right)\times$$
$$\times\exp\left(-i\frac{\varepsilon_{j_2}-\varepsilon_{j_0}}{\hbar}\left(t-t_3-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}{c}-\frac{|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|}{c}\right)\right)d\mathbf{r}_3dt_3,$$
$$n_3^\nu=\frac{(\mathbf{r}_3-\mathbf{R})^\nu}{|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|}.\qquad(12)$$

Поскольку $\varepsilon_{j_2}-\varepsilon_{j_0}>0$, то выражение (12) описывает рассеяние сигнала на невозбужденном атоме. Функция Хевисайда $\vartheta\left(t-t_3-|\mathbf{r}-\mathbf{R}|/\right.$ $\left./c-|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|/c\right)$ следит за тем, чтобы скорость распространения баллистического фронта не превосходила скорость распространения электромагнитной волны в вакууме. Полное выражение для векторного потенциала при рассеянии света на невозбужденном атоме оказывается равным

$$\left\langle\hat{A}^\nu(\mathbf{r})\right\rangle=A_1^\nu(\mathbf{r},t)+A_1^{\nu*}(\mathbf{r},t).$$

Это — рассеянный сигнал. Здесь опущен сигнал, распространяющийся без рассеяния,

$$\left\langle\hat{A}^\nu(\mathbf{r},t)\right\rangle=\frac{1}{4\pi}\left(\delta_{\nu\nu_1}-n^\nu n^{\nu_1}\right)\int\frac{j^{\nu_1}\left(\mathbf{r}_1,t-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|}{c}\right)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|}d\mathbf{r}_1.$$

Когерентный канал рассеяния (рассеяние на возбужденном атоме)

Расчеты, аналогичные проделанным в предыдущем разделе, показывают, что из (10) следует

$$A_2^\nu(\mathbf{r},t)=-\frac{i}{16\pi^2c^3\hbar}\left(\frac{e}{m}\right)^2\times$$
$$\times\int\sum_{j_2}p^{\nu_1}_{j_0j_2}p^{\nu_2*}_{j_0j_2}\left(\delta_{\nu\nu_2}-n^\nu n^{\nu_2}\right)\left(\delta_{\nu_1\nu_3}-n_3^{\nu_1}n_3^{\nu_3}\right)\times$$
$$\times j^{\nu_3}(\mathbf{r}_3,t_3)\frac{\vartheta(t-t_3)}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}||\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|}\vartheta(\varepsilon_{j_0}-\varepsilon_{j_2})\times$$
$$\times\vartheta\left(|\mathbf{r}-\mathbf{R}|+|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|-c(t-t_3)\right)\vartheta\left(c(t-t_3)-|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|\right)\times$$
$$\times\exp\left(i\frac{\varepsilon_{j_0}-\varepsilon_{j_2}}{c\hbar}\left(|\mathbf{r}-\mathbf{R}|+|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|-c(t-t_3)\right)\right)d\mathbf{r}_3dt_3.\qquad(13)$$

Наличие здесь $\vartheta\left(|\mathbf{r}-\mathbf{R}|+|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|-c(t-t_3)\right)$ свидетельствует о том, что весь рассеянный сигнал находится в сверхсветовой зоне.

Некогерентный канал рассеяния

Рассчитываемая в первом порядке теории возмущений матрица $\hat{S}^{(1)}$ осуществляет вклад $\sim e^2$ в $\left\langle\hat{A}^\nu\right\rangle$ благодаря следующей конструкции:

$$A^\nu(\mathbf{r},t)=A_3^\nu(\mathbf{r},t)=\left\langle\hat{S}^{(1)}\Psi_0\left|\hat{A}^\nu(\mathbf{r},t|\mathbf{j})\right|\hat{S}^{(1)}\Psi_0\right\rangle.$$

В развернутом виде это выглядит так

$$A_3^\nu(\mathbf{r},t)=-\frac{1}{c}\left(\frac{e}{i\hbar mc}\right)^2\times$$
$$\times\left\langle\Psi_0\right|\int\hat{\psi}^+(x_1)\hat{p}^{\nu_1}_{\mathbf{r}_1}\hat{A}^{\nu_1}(x_1|0)\hat{\psi}(x_1)\hat{A}^\nu(x|0)\hat{\psi}^+(x_2)\times$$
$$\times\hat{p}^{\nu_2}_{\mathbf{r}_2}\hat{\psi}(x_2)\left|\Psi_0\right\rangle\Delta_r^{\nu_2\nu_3}(x_2,x_3)j^{\nu_3}(x_3)dx_1dx_2dx_3+c.c.$$

Дальнейшие вычисления, выполненные по схеме, изложенной в разделе 2, показывают, что

$$A_3^{\nu}(\mathbf{r},t) = -\frac{i}{16\pi^2 c^3 \hbar}\left(\frac{e}{m}\right)^2 \times$$
$$\times \int \sum_{j_2} p_{j_0 j_2}^{\nu_1} p_{j_2 j_0}^{\nu_2} \left(\delta_{\nu\nu_1} - n^{\nu} n^{\nu_1}\right)\left(\delta_{\nu_2\nu_3} - n_3^{\nu_2} n_3^{\nu_3}\right) \times$$
$$\times j^{\nu_3}(\mathbf{r}_3,t_3) \frac{\vartheta(t-t_3)}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}||\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|} \vartheta(\varepsilon_{j_0} - \varepsilon_{j_2}) \times \quad (14)$$
$$\times \vartheta\left(c(t-t_3) - |\mathbf{r}_3 - \mathbf{R}|\right) \exp\left(-i\frac{\varepsilon_{j_0} - \varepsilon_{j_2}}{c\hbar} \times\right.$$
$$\left.\times \left(|\mathbf{r}-\mathbf{R}| + |\mathbf{r}_3-\mathbf{R}| - c(t-t_3)\right)\right) d\mathbf{r}_3 dt_3 + c.c.$$

Этот сигнал охватывает как зону за баллистическим фронтом $|\mathbf{r}-\mathbf{R}| < c(t-t_3)$, так и сверхсветовую зону, расположенную перед $|\mathbf{r}-\mathbf{R}| > c(t-t_3)$ баллистическим фронтом. Наличие функции $\vartheta(\varepsilon_{j_0} - \varepsilon_{j_2})$ свидетельствует о том, что некогерентный канал рассеяния возникает только при рассеянии света на возбужденных атомах.

Итоговое соотношение

Рассеянный возбужденным атомом полный сигнал определяется суммой выражений (13) и (14). При этом в (13) удобно взаимно переобозначить индексы ν_1 и ν_2 и взять от этого выражения комплексно сопряженную величину

$$A_3^{\nu}(\mathbf{r},t) + c.c. + A_2^{\nu *}(\mathbf{r},t) = -\frac{i}{16\pi^2 c^3 \hbar}\left(\frac{e}{m}\right)^2 \times$$
$$\times \int \sum_{j_2} p_{j_0 j_2}^{\nu_1} p_{j_2 j_0}^{\nu_2} \left(\delta_{\nu\nu_1} - n^{\nu} n^{\nu_1}\right)\left(\delta_{\nu_2\nu_3} - n_3^{\nu_2} n_3^{\nu_3}\right) j^{\nu_3}(\mathbf{r}_3,t_3) \times$$
$$\times \frac{\vartheta(t-t_3)}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}||\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|} \vartheta(\varepsilon_{j_0} - \varepsilon_{j_2}) \times \quad (15)$$
$$\times \vartheta\left(c(t-t_3) - |\mathbf{r}_3 - \mathbf{R}| - |\mathbf{r} - \mathbf{R}|\right) \exp \times$$
$$\times \left(-i\frac{\varepsilon_{j_0} - \varepsilon_{j_2}}{c\hbar}\left(|\mathbf{r}-\mathbf{R}| + |\mathbf{r}_3-\mathbf{R}| - \tilde{n}(t-t_3)\right)\right) \times$$
$$\times d\mathbf{r}_3 dt_3 + c.c.$$

Как и следовало ожидать, полный сигнал, определяемый амплитудой $\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)$, возникающий в результате рассеяния электромагнитного поля на возбужденном атоме, полностью расположен за баллистическим фронтом волны и сверхсветовыми свойствами не обладает. Выражение (15) может быть без труда получено, если воспользоваться расчетами в представлении Гейзенберга. Более того, это же выражение следует из полуклассической теории излучения, оперирующей с неквантованным электромагнитным полем.

Как отмечалось выше, расчеты, выполненные в представлении взаимодействия, и разделение каналов рассеяния на когерентный и некогерентный позволяют, опираясь на неравенство (2), высказать суждения о наличии сверхсветовых сигналов, определяемых конструкциями $\left\langle \hat{N}\left(\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle$ или $\left\langle \hat{N}\left(\hat{E}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle$.

Заключение

Описывающая энергетические характеристики поля в рассеянном на возбужденном атоме сигнале билинейная конструкция $\left\langle \hat{N}\left(\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle$ как и $\left\langle \hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t) \right\rangle$ представима в виде двух слагаемых

$$\left\langle \hat{N}\left(\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle = \left\langle \hat{N}\left(\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle^{(c)} + \left\langle \hat{N}\left(\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle^{(n)}$$

согласно наличию когерентного канала рассеяния, не изменяющего квантовое состояние рассеивателя, и некогерентного, это состояние изменяющего. Согласно неравенству (2), каждое из этих слагаемых может быть оценено снизу следующим образом:

$$\left\langle \hat{N}\left(\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle^{(n)} \geq \left(A_3^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2; \quad (16)$$

$$\left\langle \hat{N}\left(\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle^{(c)} \geq \left(A_2^{\nu}(\mathbf{r},t) + c.c.\right)^2. \quad (17)$$

Конструкция (16) определяет сигнал, расположенный как за баллистическим фронтом волны, так и перед ним, конструкция (17) — сигнал, полностью расположенный перед баллистическим фронтом электромагнитной волны. Если ограничиться только сверхсветовой зоной, то вклад в сигнал выражений (16) и (17) оказывается равным и поэтому здесь имеем

$$\left\langle \hat{N}\left(\hat{A}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2 \right\rangle \geq 2\left(A_2^{\nu}(\mathbf{r},t) + c.c.\right)^2. \quad (18)$$

Важно подчеркнуть, что определяемый выражением (18) сигнал носит чисто квантовую природу, поскольку классический сигнал в этой области $A_3^{\nu}(\mathbf{r},t) + c.c. + A_2^{\nu}(\mathbf{r},t)$ отсутствует. Это значит, что рассеяние на возбужденном атоме существенно изменяет квантовые статистические характеристики рассеиваемого поля. Последнее замечание тем более важно, что этот рассеянный квантовый сигнал может быть описан выражением, не содержащим квантовую постоянную $\hbar$. Предположим, что рассеивающим объектом служит квантовый осциллятор. Здесь $p^{\nu}_{j_1 j_2} \propto \sqrt{\hbar}$. Согласно (13) и (14) постоянная $\hbar$ из расчетов выпадает, и неравенство (18) демонстрирует тот редкий случай, при котором не имеющий классического аналога квантовый объект описывается выражением, не содержащим квантовую постоянную $\hbar$.

Заметим, что согласно формулам (13) и (14), сверхсветовой сигнал занимает все пространство перед баллистическим фронтом, справедливость чего с физической точки зрения вызывает сомнения. Ситуация меняется, если мы учтем конечное время жизни τ возбужденного состояния рассеивающего атома. В рамках использованной теории возмущений этого сделать не удается, и необходимо прибегнуть к более громоздкому формализму, основанному на использовании матрицы плотности. Тем не менее, результат такого расчета можно предвидеть, добавив в конечных формулах к внутренней энергии возбужденного атома мнимую часть $\pm i\hbar/2\tau$ так, чтобы возникшая зависимость от времени носила затухающий характер. В таком случае в выражении (18) возникает сомножитель

$$\vartheta\left(|\mathbf{r}-\mathbf{R}|+|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|-c(t-t_3)\right)\times$$
$$\times\exp\left(i\left(\frac{\varepsilon_{j_0}-\varepsilon_{j_2}}{c\hbar}+\frac{i}{2c\tau}\right)\left(|\mathbf{r}-\mathbf{R}|+|\mathbf{r}_3-\mathbf{R}|-c(t-t_3)\right)\right),$$

свидетельствующий о том, что сверхсветовая компонента сигнала опережает баллистический фронт на расстояние $\sim\tau c$ и далее экспоненциально затухает.

Автор выражает благодарность профессору А. А. Рухадзе и профессору А. М. Игнатову за обсуждение работы и критические замечания.

Литература

1. *Schweinberg A., Lepeshkin N. N., Bigelow M. S., Boyd R. W., Jarabo S.*// Europhysics Letters. 2006. V. 73. P. 218.
2. *Гайтлер В.*// Квантовая теория излучения. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1956. С. 100.
3. *Левич В. Г., Вдовин Ю. А., Мямлин В. А.*// Курс теоретической физики. Ч. II. — М.: Физматгиз, 1962. С. 663.
4. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.*// Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1980. С. 257.
5. *Векленко Б. А.*// Известия вузов. Физика. 1987. № 6. С. 132.
6. *Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е.*// Методы квантовой теории поля в статистической физике. — М.: ГИФМЛ, 1962. С. 330.

Time dependent scattering of the quantum electromagnetic field on an excited atom

B. A. Veklenko
Jaint Innstitute for High Temperatures, RAS, 13/2 Jzhorskaya str., Moscow, 127412, Russia
E-mail: VeklenkoBA@yandex.ru

Without using perturbation theory it is shown by the scattering of the quantum electromagnetic field on an excited atom that according to conventional quantum electrodynamics the super light signals translating the information are allowed.

PACS: 42.50.-p

Keywords: quantum electrodynamics, scattering, exited atom, superlight signal.

Bibliography — 6 references. *Received 29 October 2009*

* * *