УДК 537.312.62

Равновесие и устойчивость изолированной системы сверхпроводящих контуров

В. А. Шувалов

Рассмотрена изолированная система произвольного числа магнитоактивных объектов, каждый из которых выполнен как сверхпроводящий короткозамкнутый электрический контур. Показано, что взаимодействие таких объектов приводит к образованию устойчивых пространственных конфигураций при конечных и не равных нулю расстояниях между ними. Получены общие условия устойчивости равновесных конфигураций, соответствующих минимуму энергии системы таких контуров.

PACS: 85.25.-j

Ключевые слова: сверхпроводящий контур, равновесие, устойчивость, взаимодействие.

Введение

В работе [1] исследовались особенности взаимодействия электромеханической системы двух сверхпроводящих контуров с токами и показано, что специфический характер сил взаимодействия приводит к появлению устойчивых состояний равновесия в такой системе.

Этот результат определяется свойством сверхпроводящих электрических контуров (т. е. контуров с нулевым омическим сопротивлением) сохранять полный магнитный поток постоянным [2].

В теории электричества [3] при изучении пондеромоторных взаимодействий электромеханических объектов традиционного исполнения (электрических систем с активным сопротивлением) широко используется аппроксимация электромеханической цепи замкнутым электрическим контуром с током. При этом источник тока исключается из рассмотрения. Однако такая аппроксимация является всего лишь удобной абстракцией, поскольку постоянный ток в замкнутом контуре с активным сопротивлением без источника циркулировать не может. Тем не менее эта модель плодотворно работает.

В отличие от обычного электрического контура в замкнутом контуре с нулевым омическим сопротивлением (идеальном контуре) ток может циркулировать без источника. И это не абстракция, а реальный электромеханический объект, реализованный в виде замкнутого сверхпроводящего контура с током [4].

Шувалов Вячеслав Александрович, начальник лаборатории.
ФГУП "Центральный научно-исследовательский институт машиностроения".
Россия, 141070, г. Королев, Московская обл., ул. Пионерская, 4.
Тел. (495) 513-41-46, факс (495) 513-43-93.
E-mail: s5134146@yandex.ru.

Статья поступила в редакцию 3 сентября 2009 г.

Фундаментальное свойство идеального контура — сохранять полный магнитный поток постоянным — приводит к тому, что при перемещении его в магнитном поле (а следовательно, изменении внешнего потока через площадь контура) в замкнутом контуре наводятся индукционные токи, компенсирующие изменение потока внешнего поля (в соответствии с правилом Ленца). Индукционный ток алгебраически складывается с первоначальным током, образуя полный ток. Именно он определяет особенности пондеромоторного взаимодействия, а следовательно, статические и динамические характеристики системы сверхпроводящих контуров.

Постановка задачи об устойчивости пространственной конфигурации сверхпроводящих контуров и вспомогательные предположения

Покажем, что полученный в работе [1] результат по устойчивости равновесных состояний в системе двух контуров имеет более общий характер, а именно, существуют устойчивые конфигурации равновесных состояний в пространственной системе любого числа идеальных электрических контуров. Имеет место следующее утверждение.

Утверждение. Соответствующим выбором геометрических и магнитных параметров изолированной системы n сверхпроводящих контуров можно построить устойчивую пространственную конфигурацию любого наперед заданного диаметра L^0 (где L^0— минимальное значение обобщенных параметров, характеризующих состояние системы).

Прежде чем показать это, получим выражение для первой и второй производных от магнитной энергии взаимодействия по всем независимым обобщенным параметрам.

Известно [3], что магнитная энергия W системы замкнутых электрических контуров с токами определяется выражением

$$W = \frac{1}{2}\sum I_i I_j L_{ij},\quad i, j = 1, 2, 3, \ldots, n, \qquad (1)$$

где I_i, I_j — полные токи в соответствующих контурах;

L_{ij} — коэффициенты самоиндукции (при $i = j$) и взаимной индукции (при $i \neq j$).

Магнитную энергию (1) по аналогии с работой [1] запишем

$$W = \frac{1}{2}\sum I_i \Phi_i, \qquad (2)$$

где Φ_i — магнитный поток, пронизывающий i-й контур.

В рассматриваемой постановке полный поток Φ_i определяется суммой потоков от всех контуров в изолированной системе через i-й контур. Его можно записать следующим образом:

$$\hat{O}_i = \sum_j I_j L_{ij},\quad i, j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n. \qquad (3)$$

Поскольку сверхпроводящий электрический контур в изолированной системе является автономным объектом и функционирует без источника питания, то $\Phi_i = \text{const}$, а сама система в рассматриваемой постановке является консервативной. В силу этого изменение токов в контурах обусловлено только изменением механических координат, т. е. перемещениями.

Начало координат свяжем с первым контуром. Это всегда можно сделать, так как здесь нас интересует только статическое взаимодействие магнитоактивных объектов в изолированной системе без учета их инерционных свойств. Тогда состояние системы будет характеризоваться $(n–1)$ независимыми обобщенными параметрами, которые обозначим L_{1k}, где $k = 2, 3,\ldots, n$, т. е. взаимная индуктивность первого контура (с которым связано начало координат) и всех остальных.

Вычислим производную от выражений (1) и (2) по независимой обобщенной координате L_{1k} и получим

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial W}{\partial L_{1k}} = \sum_{i,j} L_{ij} I_i \frac{\partial I_j}{\partial L_{1k}} + \sum_{i,j} I_i I_j \frac{\partial L_{ij}}{\partial L_{1k}}\\ &2\frac{\partial W}{\partial L_{1k}} = \sum_i \Phi_i \frac{\partial I_i}{\partial L_{1k}}\end{aligned}\right\} i, j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n. \qquad (4)$$

При виртуальном перемещении k-го контура изменяются только коэффициенты взаимной индуктивности с индексом k, все остальные остаются постоянными. Коэффициенты самоиндукции L_{ii} остаются постоянными всегда (контуры перемещаются без деформации). Учитывая сказанное, первое выражение (4) можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial W}{\partial L_{1k}} = \sum_i L_{ii} I_i \frac{\partial I_i}{\partial L_{1k}} + \sum_{\substack{i,\ j\\ i\neq j}} L_{ij} I_j \frac{\partial I_i}{\partial L_{1k}} + \sum_{\substack{i,\ j\\ i\neq j}} I_i I_k \frac{\partial L_{ik}}{\partial L_{1k}}.$$

Принимая во внимание, что $L_{ij} = L_{ji}$, а также (3), последнее выражение после группировки членов можно привести к виду

$$\frac{\partial W}{\partial L_{1k}} = \sum_{\substack{i\\ i\neq k}} I_i I_k \frac{\partial L_{ik}}{\partial L_{1k}} + \sum_i \Phi_i \frac{\partial I_i}{\partial L_{1k}}. \qquad (5)$$

Сравнивая второе равенство (4) и полученное, видим, что

$$\frac{\partial W}{\partial L_{1k}} = \sum_{\substack{i\\ i\neq k}} I_i I_k \frac{\partial L_{ik}}{\partial L_{1k}}. \qquad (6)$$

Вторая производная от энергии идеальных контуров имеет следующее выражение

$$-\frac{\partial^2 W}{\partial L_{1k}\partial L_{1l}} = I_k\left(\sum_{\substack{i\\ i\neq k}} \frac{\partial I_i}{\partial L_{1l}}\ \frac{\partial L_{ik}}{\partial L_{1k}} + \sum_{i\neq k} I_i \frac{\partial^2 L_{ik}}{\partial L_{1k} L_{1l}}\right) +$$
$$+\frac{\partial I_i}{\partial L_{1l}} \sum_{\substack{i\\ i\neq k}} I_i \frac{\partial L_{ik}}{\partial L_{1k}},\qquad k, l = 2,\ 3, \ldots,\ n.$$

Поскольку изолированная система идеальных контуров имеет $(n–1)$ независимых обобщенных параметров, то число первых производных от энергии равно также $(n–1)$. Учитывая, что $\partial^2 W/\partial L_{1k}\partial L_{1l} = \partial^2 W/\partial L_{1l}\partial L_{1k}$, получаем, что число вторых производных равно $n^2 - \sum_1^n (n-1)$.

В дальнейшем нам будут необходимы производные от токов по обобщенным параметрам. Определим их из решения системы алгебраических уравнений, которую получим путем дифференцирования системы (3) с учетом того, что $\Phi_{\text{I}} = \text{const}$ при любом перемещении контуров, т. е.

$$\sum_j L_{ij} \frac{\partial I_i}{\partial L_{1k}} + \sum_j I_j \frac{\partial L_{ij}}{\partial L_{1k}} = 0,\quad i, j = 1,\ 2, \ldots, n. \qquad (7)$$

Таким образом для определения производных от всех n токов по k координатам (где $k = 2, 3,\ldots, n$) получим k алгебраических систем типа (7). Введем обозначения

$$\sum_j I_j \frac{\partial L_{ij}}{\partial L_{1k}} = -b_i^k, \quad i,j=1,\ 2,...,n.$$

Тогда система (7) будет иметь вид

$$\sum_j L_{ij} \frac{\partial I_i}{\partial L_{1k}} = +b_i^k. \qquad (8)$$

Производные от токов по координатам L_{1k} будут решениями системы линейных неоднородных алгебраических уравнений (8). Эта система совместна, поскольку ранг расширенной матрицы (8) равен n, а главный определитель системы является симметрическим, все элементы которого положительны, т. е. $L_{1k} > 0$, и выполняется условие

$$\Delta = \begin{vmatrix} L_{11} \dots & L_{1n} \\ \vdots \ \ddots & \\ L_{1n} \ \dots & L_{nn} \end{vmatrix} \geq 0. \qquad (9)$$

Это следует из того, что матрица определителя (9) связана с неотрицательной квадратичной формой (так как $W \geq 0$). Кроме того, $L_{ii} >> L_{ij}$ при $i \neq j$, что обычно выполняется.

Устойчивость пространственной конфигурации изолированной системы произвольного числа сверхпроводящих контуров

Доказательство утверждения

Фактически задача сводится к исследованию функции многих переменных (1) на экстремум при условии (3). Для доказательства достаточно показать, что первые производные от энергии взаимодействия контуров с учетом условий (3) по всем координатам равны нулю, а вторые — связаны условием Сильвестра [5].

Поскольку свойство сохранения магнитного потока вызывает изменение тока в контурах при изменении обобщенных параметров (а следовательно, и обобщенных координат), то с учетом этого первая производная имеет вид (6). Она равна нулю, например, при выполнении условий

$$I_1 = I_{10}, \ I_2 = I_3 = ... = I_n = 0. \qquad (10)$$

Тогда вторые производные при этих условиях запишутся как

$$-\frac{\partial^2 W}{\partial L_{1k} L_{1l}} = I_{10} \left(\frac{\partial I_k}{\partial L_{1l}} \right) \Bigg|_{\text{при } \frac{\partial W}{\partial L_{1k}} = 0}, \quad k,l = 2,\ 3,...,n. \quad (11)$$

Решая систему (8), получим производные от токов. Учитывая условие (10), а также то обстоятельство, что $\partial L_{ij} / \partial L_{1k} = 0$ при $i \neq k$, получим

$$b_i^k = 0 \ \text{при} \ i \neq k; \ b_i^k = -I_{10} \ \text{при} \ i = k. \qquad (12)$$

Тогда система (8) при условиях (10)—(12) запишется в виде

$$\begin{cases} \sum\limits_{\substack{j \\ i \neq k}} L_{ij0} \dfrac{\partial I_j}{\partial Lk} = 0; \\ \sum\limits_{\substack{j \\ i \neq k}} L_{ij0} \dfrac{\partial I_j}{\partial L_{1k}} = -I_{10}, \ i = 1,\ 2,...,n, \end{cases} \qquad (13)$$

где L_{ij0} — коэффициенты при выполнении условия (10).

Решением полученной системы будет

$$\partial I_j / \partial L_{1k} = \partial L_{1k} / \Delta,$$

где Δ — главный определитель системы (13), причем $\Delta > 0$ в силу (9).

Δ_{jk} — определитель, полученный из Δ заменой j-того столбца на столбец свободных членов, т. е.

$$\Delta_{jk} = \begin{vmatrix} L_{11} \ \ L_{120} \ \dots \quad 0 \ \dots \ L_{1n0} \\ \vdots \\ L_{1k0} \ \ L_{2k0} \dots - I_{10} \dots L_{kn0} \\ \vdots \\ L_{1n0} \ L_{2n0} \dots \ 0 \ \dots \ L_{nn} \end{vmatrix}.$$

Поскольку нас интересуют производные $\partial I_k / \partial L_{1k}$, получим

$$\frac{\partial I_k}{\partial L_{1l}} = -I_{10} \frac{\Delta'_{lk}}{\Delta}, \qquad (14)$$

где Δ'_{lk} — алгебраическое дополнение элемента, находящегося на пересечении l-того столбца и k- той строки.

Если $l = k$, то $\Delta'_{kk} > 0$ по той же причине, что и Δ.

Тогда получим

$$\frac{\partial^2 W}{\partial L_{1k}^2} = I_{10}^2 \frac{\Delta'_{kk}}{\Delta} > 0. \qquad (15)$$

В силу того, что изолированная система идеальных контуров является консервативной с потенциальной энергией (1), для доказательства минимума энергии при условии (10) достаточно показать, что (1) является положительно определенной формой в окрестности положения равновесия. Для этого воспользуемся известным критерием Сильвестра [5].

Запишем матрицу Сильвестра

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} & \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}\partial L_{13}} & \cdots & \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}\partial L_{1n}} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}\partial L_{1n}} & \frac{\partial^2 W}{\partial L_{13}\partial L_{1n}} & \cdots & \frac{\partial^2 W}{\partial L_{1n}^2} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Для того чтобы магнитная энергия (1) была положительно определенной функцией в окрестности положения равновесия, необходимо и достаточно, чтобы все диагональные миноры матрицы (16) были положительны. С учетом (14) и (15) матрица (16) будет

$$\frac{I_{10}^2}{\Delta}\begin{pmatrix} \Delta'_{22} & \Delta'_{23} & \ldots & \Delta'_{2n} \\ \Delta'_{23} & \Delta'_{33} & \ldots & \Delta'_{3n} \\ \vdots & & & \\ \Delta'_{2n} & \Delta'_{n3} & \ldots & \Delta'_{nn} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

И достаточные условия принимают вид

$$\Delta'_{22} > 0; \begin{vmatrix} \Delta'_{22} & \Delta'_{23} \\ \Delta'_{23} & \Delta'_{33} \end{vmatrix} > 0; \begin{vmatrix} \Delta'_{22} & \ldots & \Delta'_{2n} \\ \vdots & & \\ \Delta'_{2n} & \ldots & \Delta'_{nn} \end{vmatrix} > 0. \quad (18)$$

Таким образом, мы получили систему $(n - 1)$ неравенств, содержащих $(3n - 1)$ независимых параметров (токи, коэффициенты самоиндукции и взаимоиндукции).

Следовательно, соответствующим выбором свободных параметров мы всегда можем обеспечить условие (18) и устойчивость состояния равновесия изолированной системы идеальных контуров по отношению к обобщенным параметрам L_{1k}.

Остается показать, что расстояния между контурами будут конечны. Действительно, запишем (3) с учетом (10)

$$\Phi_i = I_{10}L_{1i0},\ i = 1,\ 2,\ldots,n. \quad (19)$$

Из (19) следует, что если начальные магнитные потоки через контуры конечны и не равны нулю, то L_{1i0} (и диаметр системы L^0) тоже являются величинами конечными, и утверждение доказано.

Ясно, что приведенное доказательство утверждает статическую устойчивость системы изолированных идеальных контуров по отношению к обобщенным параметрам L_{ik}, которые сами являются функциями независимых координат. Состоянию равновесия системы соответствует вполне определенное значение параметра L_{ik}, но этому значению соответствует множество наборов независимых координат. Следовательно, система имеет бесконечное множество состояний равновесия и все они отвечают одному минимальному значению магнитной энергии.

Следствие. В устойчивой пространственной конфигурации магнитных контуров могут быть и неидеальные контуры, т. е. с обычными свойствами.

Продемонстрируем это на примере двух контуров, один из которых идеальный, а другой — обычный. Запишем выражение для энергии такой системы в следующем виде:

$$2W = \Phi_1 I_1 + \Phi_2 I_2,$$

где I_1, Φ_1 — полный ток и магнитный поток идеального контура;

I_2, Φ_2 — ток и поток обычного контура.

Тогда

$$\begin{cases} \Phi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2 = \text{const} \\ \Phi_2 = L_2 I_2 + L_{12} I_1 \neq \text{const};\ I_2 = \text{const}, \end{cases} \quad (20)$$

т. е. идеальный контур сохраняет полный магнитный поток постоянным, а для обычного контура магнитный поток переменный, но ток по условию постоянный.

Производная от энергии равна произведению токов [1], но поскольку $I_2 = \text{const}$, следовательно, необходимые условия выполняются при $I_1 = 0$. Вторая производная в этом случае с учетом (20) всегда больше нуля.

$$\left.\frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2}\right|_{\text{при}\ I_1=0} = \frac{I_2^2}{L_1} > 0.$$

Расстояние, на котором контуры будут находиться в положении равновесия, можно определить из (20) при $I_1 = 0$. Тогда

$$L_{120} = \Phi_1 / I_2.$$

Система трех сверхпроводящих контуров

Пример. Рассмотрим изолированную систему магнитоактивных тел, состоящую из трех сверхпроводящих контуров, и для этого конкретного случая подробно продемонстрируем выкладки при доказательстве утверждения.

Запишем магнитную энергию такой системы

$$W = \frac{1}{2}\Big(L_{11}I_1^2 + L_{22}I_2^2 + L_{33}I_3^2 + 2L_{12}I_1I_2 + \\ +2L_{13}I_1I_3 + 2L_{23}I_2I_3\Big). \quad (21)$$

В качестве независимых переменных параметров возьмем взаимные индуктивности L_{12}, L_{13}. Коэффициент L_{23} будет изменяться при изменении независимых переменных (L_{12}, L_{13}). Условия постоянства потоков запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} \Phi_1 = L_{11}I_1 + L_{12}I_2 + L_{13}I_3 = \text{const}, \\ \Phi_2 = L_{12}I_1 + L_{22}I_2 + L_{23}I_3 = \text{const}, \\ \Phi_3 = L_{13}I_1 + L_{23}I_2 + L_{33}I_3 = \text{const}. \end{cases} \tag{22}$$

Первые производные от (21) по независимым координатам с учетом постоянства потоков в соответствии с (22) имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial L_{12}} &= -I_2\left(I_1 + I_3\frac{\partial L_{23}}{\partial L_{12}}\right) \\ \frac{\partial W}{\partial L_{13}} &= -I_3\left(I_1 + I_2\frac{\partial L_{23}}{\partial L_{13}}\right) \end{aligned}\right\}. \tag{23}$$

Положение равновесия будет иметь место, например, при выполнении условий

$$I_1 = I_{10},\ I_2 = I_3 = 0, \tag{24}$$

где I_{10} — начальное значение транспортного тока в первом контуре.

Как следует из (23), условия (24) не являются единственными условиями равновесия.

Запишем вторые производные при выполнении необходимых условий (24)

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} &= I_{10}\left(\frac{\partial I_2}{\partial L_{12}}\right)_0 \\ -\frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}\partial L_{13}} &= I_{10}\left(\frac{\partial I_2}{\partial L_{13}}\right)_0 \\ -\frac{\partial^2 W}{\partial L_{13}^2} &= I_{10}\left(\frac{\partial I_3}{\partial L_{13}}\right)_0 \end{aligned}\right\}. \tag{25}$$

Значок "ноль" у скобки означает, что величина производной определяется в положении равновесия.

Получим систему уравнений для определения производных от токов. Для этого продифференцируем (22) по L_{12} и запишем ее при условии (24) с учетом того, что $\dfrac{\partial L_{13}}{\partial L_{12}} = 0$. Тогда получим следующую систему:

$$\begin{cases} L_{11}\dfrac{\partial I_1}{\partial L_{12}} + L_{120}\dfrac{\partial I_2}{\partial L_{12}} + L_{130}\dfrac{\partial I_3}{\partial L_{12}} = 0, \\ L_{120}\dfrac{\partial I_1}{\partial L_{12}} + L_{22}\dfrac{\partial I_2}{\partial L_{12}} + L_{230}\dfrac{\partial I_3}{\partial L_{12}} = -I_{10}, \\ L_{130}\dfrac{\partial I_1}{\partial L_{12}} + L_{230}\dfrac{\partial I_2}{\partial L_{12}} + L_{333}\dfrac{\partial I_3}{\partial L_{12}} = 0, \end{cases}$$

где L_{120}, L_{130}, L_{230} — значение взаимных индуктивностей в положении равновесия.

Главный определитель этой системы запишется как

$$\Delta = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{120} & L_{130} \\ L_{120} & L_{22} & L_{230} \\ L_{130} & L_{230} & L_{33} \end{vmatrix} > 0.$$

Нам необходимо получить значение производной $\partial I_2 / \partial L_{12}$ при условии (24), поэтому

$$\left(\frac{\partial I_2}{\partial L_{12}}\right)_0 = \frac{\Delta_2}{\Delta}.$$

Определитель Δ_2 имеет вид

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} L_{11} & 0 & L_{130} \\ L_{120} & -I_{10} & L_{230} \\ L_{130} & 0 & L_{33} \end{vmatrix},$$

следовательно, искомая производная будет

$$\left(\frac{\partial I_2}{\partial L_{12}}\right)_0 = -I_{10}\frac{\Delta_{22}}{\Delta},$$

где $\Delta_{22} = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{130} \\ L_{130} & L_{33} \end{vmatrix} > 0$, поскольку собственные индуктивности значительно превосходят взаимные по величине.

Аналогично получаем остальные производные от токов

$$\left(\frac{\partial I_3}{\partial L_{13}}\right)_0 = -I_{10}\frac{\Delta_{33}}{\Delta};\ \Delta_{33} > 0,$$

$$\left(\frac{\partial I_2}{\partial L_{13}}\right)_0 = -I_{10}\frac{\Delta_{23}}{\Delta};\ \Delta_{23} > 0.$$

Кроме того, $\Delta_{33} >> \Delta_{23}$.

Тогда вторые производные (25) запишутся в следующей форме:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} &= I_{10}^2\frac{\Delta_{22}}{\Delta} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}\partial L_{13}} &= -I_{10}^2\frac{\Delta_{23}}{\Delta} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial L_{13}^2} &= I_{10}^2\frac{\Delta_{33}}{\Delta} \end{aligned}\right\},$$

а матрица (17) в этом случае имеет вид

$$\frac{I_{10}^2}{\Delta} = \begin{pmatrix} \Delta_{22} & -\Delta_{23} \\ -\Delta_{23} & \Delta_{33} \end{pmatrix}.$$

Достаточными условиями будут

$$\Delta_{22} > 0,$$
$$\left(\Delta_{22}\,\Delta_{33}\ -\Delta_{23}^{2}\right) > 0$$

или, раскрыв определители, получим

$$\left(L_{11}L_{22} - L_{120}^{2}\right) > 0,$$
$$\left\{\left(L_{11}L_{22} - L_{120}^{2}\right)\left(L_{11}L_{33} - L_{130}^{2}\right) -\right.$$
$$\left. -\left(L_{11}L_{230} - L_{120}L_{130}\right)_2\right\} > 0.$$

Таким образом, соответствующим выбором параметров L_{11}, L_{22}, L_{33}, L_{120}, L_{130}, L_{230} можно всегда обеспечить указанные неравенства.

Обобщенные параметры в положении равновесия имеют значения

$$L_{120} = (\Phi_2/I_{10}) \cdot L_{130} = \Phi_3/I_{10}.$$

Отсюда видно, что равновесные параметры зависят от начальных токов и геометрии контуров, т. е. Φ_2 и Φ_3. Поскольку эти параметры зависят от шести обобщенных координат для каждого контура в пространстве, то состояние устойчивого равновесия не является единственным, более того, их может быть сколь угодно много.

Заключение

- Рассмотрена изолированная система произвольного числа магнитоактивных объектов, выполненных в виде короткозамкнутых сверхпроводящих контуров с током, взаимодействие которых приводит к образованию равновесных пространственных конфигураций. Показано, что всегда существует возможность выбора электромеханических параметров этих объектов таким образом, что равновесные состояния будут устойчивыми.
- Получены условия устойчивости равновесных конфигураций в изолированной системе сверхпроводящих контуров с током при конечных и не равных нулю расстояниях между ними.
- Разработанный подход позволяет формировать устойчивые пространственные состояния электромеханических систем, включающих сверхпроводящие короткозамкнутые контуры.

Литература

1. *Шувалов В. А.*// Прикладная физика. 2009. № 1. С. 41—44.
2. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Электричество. — М.: Наука, 1983.
3. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. — М.: Наука, 1989.
4. *Буккель В.* Сверхпроводимость. Основы и приложения. — М.: Мир, 1975.
5. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. — М.: Наука, 1988.

Equilibrium and stability of isolated superconductive loop system

V. A. Shuvalov
TsNIIMASh Federal Unitary State Enterprise (FUSE), 4 Pionerskaya str., Korolev of Moscow Region, 141070, Russia
E-mail: s5134146@yandex.ru

The paper analyzes the isolated system of random number of magnetoactive objects each made as a superconductive short-circuited electric loop. It is demonstrated that interaction of such objects results in formation of stable spatial configurations at finite and nonzero distances between them. General conditions for equilibrium configuration stability corresponding to the minimum energy of the system integrating such loops were identified.

PACS: 85.25.-j

Keywords: superconductive contour, equilibrium, stability, interaction.

Bibliography — 5 references. *Received 3 September 2009*

* * *