

УДК 537.533

ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ПАКЕТОВ. МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ОДНОЭЛЕКТРОННЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПАКЕТЫ

В. П. Быков

Институт общей физики РАН, Москва, Россия

В. О. Турин

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

Излагается и развивается альтернативный подход к теории фотоотсчетов. Исследуется механизм обострения электронной плотности при разлете многоэлектронных пакетов. Возникновение неоднородностей должно инициировать распад многоэлектронной системы на слаболокализованные одноэлектронные образования. Показано, что межэлектронное кулоновское взаимодействие приводит к обострению и локализации таких одноэлектронных образований. Показано, что при движении в однородном поле в вакуумных фотодетекторах размеры таких одноэлектронных пакетов должны быть порядка и больше 1 мк. Показано, что подобные локализованные заряды наводят резкие импульсы тока во внешней цепи фотодетектора. Обсуждаются вопросы связанные с определением параметров такого пакета по особенностям рассеяния на нем мощного лазерного импульса. Исследуется движение одноэлектронного волнового пакета в неоднородном поле отрицательно заряженного сферического электрода. Показано, что при рассеянии на таком электроде возможно расширение электронного пакета в поперечном направлении до макроскопических размеров. Предлагается эксперимент по наблюдению такого макроскопического пакета на экране, покрытом люминофором.

Существующая теория фотоотсчетов имеет в значительной степени феноменологический характер, т.е. она не является теорией, вытекающей из фундаментальных уравнений (уравнений Максвелла, Шредингера или Дирака). Так, например, дискретность фотоотсчетов не вытекает из теории, но постулируется — некоторые непрерывные в теории величины истолковываются как средние значения дискретных величин, описывающих потоки дискретных частиц, причем представление о дискретных потоках фотонов и электронов восходит к основоположникам квантовой теории. По отношению к фотоэффекту эта дискретность выражается в том, что для выхода одного электрона из фотокатода необходим один квант света — фотон. При этом и электрон, и фотон представляются в виде некоторых локализованных, точечноподобных образований, находящихся соответственно в электронном и электромагнитном потоках.

Заметим, что в современном теоретическом описании квантованного электромагнитного поля и электронного потока подобные пространственно локализованные объекты отсутствуют. Однако представления о точечноподобных фотонах и электронах получили широкое распространение. Особенно определено такая точка зрения выразилась в описании дробового шума [1, 2], впервые Шоттки. Как фотоэффект, так и дробовой шум к настоящему времени широко исследованы и продолжают исследоваться [3—5] в рамках представлений о точечноподобных фотонах и электронах.

С современной точки зрения такой подход имеет некоторую непоследовательность. Так, процесс поглощения фотонов и появления фотоэлектронов внутри катода рассматривается квантово-механически. Обычно считается, что световая волна взаимодействует с электронной волной в фотокатоде, в результате чего возбуждается электронная волна в зоне проводимости. Эта волна рассеивается на границе катода с вакуумом, и амплитуда электронной волны, прошедшей в вакуум, определяет вероятность появления фотоэлектронов вблизи катода. Непоследовательность теории проявляется в том, что на этом квантово-механическое описание процесса обрывается, дальнейшая эволюция электронов рассматривается с классической точки зрения [6], а сами они считаются точечными частицами, а не волнами.

Более последовательно было бы и далее рассматривать на пути между катодом и анодом движение электронов квантово-механически и находить поле и ток, наводимые электронной волной во внешней цепи фотодетектора. В этом и состоит суть альтернативного подхода к теории фотоотсчетов [7]. Легко понять, что если электронная волна во всем межэлектродном пространстве однородна и подобна плоской электронной волне, то теория не дает резких импульсов тока во внешней цепи. Получаются более или менее гладкие решения для полей и токов, зависящие от времени в той же мере, в какой от времени зависит амплитуда падающей световой волны. Отсутствие коротких импульсов при таком теоретически более последовательном подходе противоречит, разумеется, наблюдениям, т.е. существованию фотоотсчетов и дробового шума.

В работе будет показано, что короткие импульсы во внешней цепи фотодетектора могут наводить локализованные заряды, подобные точечным частицам. Соответственно, предполагается, что однородная электронная волна при выходе из катода является неустойчивой, что приводит к возникновению в ней резких неоднородностей. Формирование подобных неоднородностей иллюстрируется решением задач о разлете сферического и цилиндрического гауссовых многоэлектронных пакетов [8, 9]. Возникновение неоднородностей должно инициировать распад многоэлектронной системы на слаболокализованные одноэлектронные образования, который можно проиллюстрировать задачей о распределении плотности заряда для двухэлектронной системы в квадратичной яме [7]. Далее в работе будет показано, что межэлектронное кулоновское взаимодействие приводит к обострению и локализации таких одноэлектронных образований [10]. Будет показано, что при движении в однородном поле в вакуумных фотодетекторах размеры таких одноэлектронных пакетов должны быть порядка и больше одного микрона. Обсуждаются вопросы связанные с определением параметров такого пакета по особенностям рассеяния на нем мощного лазерного импульса [11]. Исследуется движение одноэлектронного волнового пакета в неоднородном поле отрицательно заряженного сферического электрода. Рассмотрено, что при рассеянии на таком электроде возможно расширение электронного пакета в поперечном направлении до макроскопических размеров. Предлагается эксперимент по наблюдению такого макроскопического пакета на экране покрытом люминофором.

Отметим, что речь в основном идет о физических процессах в вакуумных фотодетекторах, но развиваемые подходы и выводы имеют большую общность и справедливы для широкого класса вакуумных приборов эмиссионной электроники.

Импульс тока от точечного электрона

Можно показать, что короткие импульсы тока во внешней цепи фотодетектора наводятся при движении локализованных зарядов, подобных точечным частицам. Рассмотрим задачу об импульсе тока, наводимом во внешней цепи при движении точечного электрона от одной пластины плоского конденсатора к другой, при постоянном напряжении на конденсаторе.

Если заряды q_a на проводниках сообщают им потенциалы φ_a , а заряды q'_a — потенциалы φ'_a , то справедливо соотношение [12]

$$\sum_a \varphi_a q'_a = \sum_a \varphi'_a q_a. \quad (1)$$

Применим это соотношение к двум состояниям системы, составленной из проводников и точечного заряда q (рассматривая последний как предельный случай проводника малого размера). В одном состоянии имеется заряд q , а проводники имеют заряды q_a и потенциалы $\varphi_a = 0$. В другом состоянии заряд $q = 0$, потенциал в этой точке φ'_0 и только один из проводников имеет потенциал φ'_a , отличный от нуля. Тогда, согласно (1) получим:

$$q_a = -q \varphi'_0 / \varphi'_a. \quad (2)$$

Теперь рассмотрим плоский конденсатор с расстоянием d между пластинами 1 и 2 и точечный электрон внутри него на расстоянии x от пластины 1 (рис.1). Сначала $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$; $q_3 = -e$. Затем $\varphi'_1 = 0$; $\varphi'_2 = U$; $\varphi'_3 = Ux/d$ а $q'_3 = 0$. Согласно (2) имеем:

$$q_2 = ex/d.$$

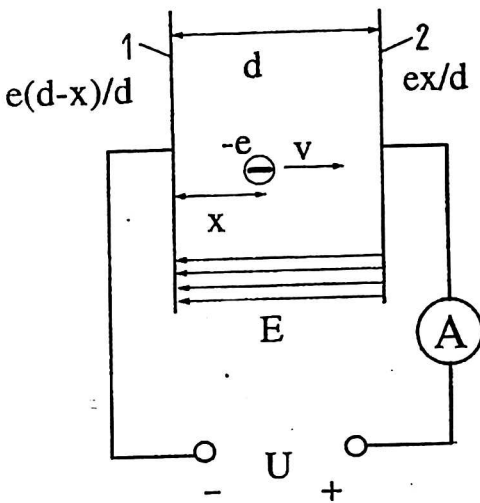


Рис. 1. Движение точечного электрона в плоском конденсаторе при постоянном напряжении на нем

Аналогично, полагая сначала $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, $q_3 = -e$, а затем $\varphi'_1 = U$; $\varphi'_2 = 0$; $\varphi'_3 = U(d-x)/d$; $q'_3 = 0$, находим:

$$q_1 = e(d-x)/d.$$

Таким образом, точечный электрон индуцирует заряд изображения $e(d-x)/d$ на пластине 1 и заряд изображения ex/d — на пластине 2 плоского конденсатора. Правильность полученного результата подтверждает и равенство полного заряда системы (учитывая и заряд электрона) нулю.

В случае, когда между пластинами задано напряжение U электрон находится в поле не только зарядов изображения, но и в однородном поле напряженности U/d . Пренебрегая влиянием зарядов изображения на движение электрона, что оправдано из-за малости их величин, получим выражение для тока в цепи:

$$I(t) = \frac{dq_2}{dt} = \frac{e}{d} \frac{dx(t)}{dt}.$$

Учитывая, что движение равноускоренное, и пренебрегая начальной скоростью электрона, имеем

$$I(t) = \frac{e^2 U}{m_e d^2} t.$$

Таким образом, при пролете точечного электрона от одной пластины конденсатора к другой ток меняется линейно со временем от нуля (в случае нулевой начальной скорости) до значения I_0 . Учитывая, что время пролета

$$t_0 = \sqrt{\frac{2m_e d^2}{eU}}$$

получаем:

$$I_0 = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{2Ue^3}{m_e}}$$

Для $U = 100$ В и $d = 1$ см имеем $I_0 \approx 10^{-10}$ А при $t_0 \approx 1$ нс (рис.2).

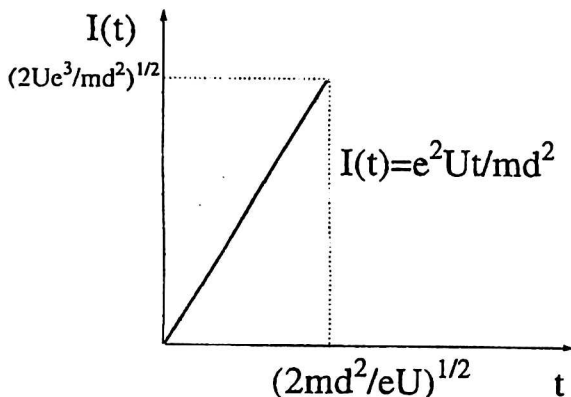


Рис. 2. Импульс тока, наводимый во внешней цепи плоского конденсатора равноускоренно движущимся точечным электроном

Альтернативный подход к теории фотоотсчетов

В работах [7—9] излагается альтернативный подход к теории фотоотсчетов, отличный от основанного на корпускулярной соотношении один фотон — один электрон. Альтернативный подход основан на представлении, что электронный поток, эмитируемый катодом под действием, в частности, лазерного излучения, изначально, т.е. в окрестности катода, является плоской волной или каким-то близким к ней более-менее однородным образованием. Однако этот поток неустойчив. Под действием межэлектронного кулоновского взаимодействия в нем формируются резкие неоднородности. Возникновение неоднородностей должно инициировать распад многоэлектронной системы на слаболокализованные одноэлектронные образования. Тенденцию к распаду на одноэлектронные сгустки под действием межэлектронного кулоновского взаимодействия нетрудно понять, если вспомнить о широко известной вигнеровской кристаллизации, т.е. о распаде электронной плотности твердых тел, при малых ее значениях, на сгустки [13, 14].

Таким образом, электронный поток, выходящий из катода, т.е. из области с высокой электронной плотностью, должен распадаться в окрестности катода на отдельные одноэлектронные пакеты, которые при последующем ускорении в электрическом поле дадут резкие всплески тока в электрической цепи приемника. Эти всплески будут

восприниматься приборами и наблюдателем как отдельные фотоотсчеты. Альтернативный подход сохраняет, естественно, основные законы фотоэффекта, в том числе закон Эйнштейна с вытекающей из него красной границей фотоэффекта, поскольку эти законы действуют на первом этапе, когда формируется электронная волна в зоне проводимости.

Отметим, что в [7] рассмотрена задача, дающая основания для дальнейшего развития альтернативного подхода и определяющая часть вопросов, рассматриваемых в предлагаемой работе. Чтобы проиллюстрировать распад электронного облака на сгустки при малых электронных плотностях, в [7] рассматривалась система из двух электронов, расположенных в квадратичной потенциальной яме и взаимодействующих друг с другом по кулоновскому закону. Безбазисным вариационным методом [15, 16] проводились расчеты стационарных волновых функций системы и соответствующих им энергий. Было показано, что, изменяя параметр потенциальной ямы, можно управлять электронной плотностью рассматриваемой системы и определить момент, когда электронное облако начнет распадаться на одноэлектронные сгустки. Расчеты показали, что в узкой яме кулоновское расталкивание не играет большой роли и энергетически выгодно состояние с одним максимумом электронной плотности. Для достаточно пологой ямы относительная роль кулоновской энергии возрастает и более выгодным становится состояние с двумя максимумами электронной плотности.

Понятно, что подобный процесс распада на одноэлектронные сгустки должен происходить при выходе электронной волны малой плотности из катода в вакуум. Однако из работы [7] видно, что подобные одноэлектронные сгустки представляют собой довольно размазанные образования так, что при дальнейшем разлете электронной плотности должен существовать тот или иной механизм их обострения с тем, чтобы они могли давать резкие импульсы тока во внешней цепи фотодетектора.

Формирование неоднородностей при разлете многоэлектронных пакетов

В однородной многоэлектронной волне, выходящей из фотокатода под действием света, должны развиваться катастрофы в том смысле, как они понимаются в теории катастроф [17]. В результате развития катастроф в однородной волне должны формироваться резкие неоднородности. Этот процесс должен инициировать неустойчивость однородной многоэлектронной системы, приводящий в итоге к ее распаду на одноэлектронные волновые пакеты. Катастрофы могут быть двух типов: пространственные и временные. Пространственные катастрофы — это каустики и фокусы. Временные катастрофы представляют собой обгоны одних слоев электронной плотности другими.

Чтобы получить представление о том, как возрастает плотность заряда при развитии временной катастрофы-обгона рассмотрим два примера разлета многоэлектронных пакетов: радиальный разлет сферически симметричного гауссова пакета и разлет цилиндрического гауссова пакета вдоль оси цилиндра [8, 9]. Для простоты электронную плотность будем считать безстолкнительной средой, а ее поведение описывать классически, что верно при довольно однородном распределении электронной плотности. Отметим, что развитие временной катастрофы-обгона из-за кулоновского расталкивания в многоэлектронном пакете с прямоугольным сечением, при его движении в электронно-оптическом преобразователе, регистрирующем пикосекундные лазерные импульсы, рассматривается в [18, 19].

Разлет сферически симметричного гауссова многоэлектронного пакета

Сферически симметричный случай интересен тем, что уравнение движения слоев многоэлектронного пакета интегрируется на временном интервале от начала движения до начала обгона, поэтому возрастание электронной плотности может быть исследовано в аналитическом виде. Соответственно, задача о разлете сферически симметрич-

ного гауссового многоэлектронного пакета является характерной для подобного рода явлений. Пусть в начальный момент времени задано сферически симметричное распределение электронной плотности $\sigma(r)$, а распределение скорости нулевое, т.е. пакет покоится. Тогда электрическое поле на сфере радиуса R равно

$$E(R) = \frac{Q(R)}{R^2},$$

где $Q(R)$ — полный заряд, заключенный в этой сфере:

$$Q(R) = 4\pi \int_0^R dr r^2 \sigma(r).$$

Отметим, что до момента начала обгона величина $Q(R)$ представляет собой константу $Q(R) = Q(R_0)$, если R_0 — начальное значение R . Таким образом, закон движения зарядов, лежащих на сфере радиуса R , имеет вид:

$$m\ddot{R} = \frac{eQ(R_0)}{R^2}.$$

Предположим, что в начальный момент распределение является гауссовым:

$$\sigma(r) = \frac{Q_0}{\pi^{3/2} r_0^3} \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right),$$

где Q_0 — полный заряд распределения. Тогда интегрирование этого уравнения приводит к зависимости:

$$\left[(\rho(\rho - \rho_0))^{1/2} + \rho_0 \ln \frac{(\rho - \rho_0)^{1/2} + \rho^{1/2}}{\rho_0^{1/2}} \right] \left(\frac{\rho_0}{J(\rho_0)} \right)^{1/2} = \tau, \quad (3)$$

где

$$\rho = \frac{R}{r_0}; \quad \rho_0 = \frac{R_0}{r_0}; \quad \tau = \frac{t}{t_0},$$

$$t_0 = \left(\frac{m r_0^3}{e Q_0} \right); \quad J(\rho_0) = \frac{4}{\pi^{1/2}} \int_0^{\rho_0} d\rho \rho^2 \exp(-\rho^2).$$

Отметим, что время t_0 является характерным временем развития катастрофы обгона. Рассмотрим теперь, как с течением времени изменяется плотность заряда $\sigma(R)$. Для этого заметим, что до начала обгона полный заряд, заключенный в тонком сферическом слое толщиной dR , сохраняется с течением времени. Поэтому имеет место равенство

$$\sigma(R) R^2 dR = \sigma(R_0) R_0^2 dR_0$$

или

$$\sigma(R) = \sigma(R_0) \frac{R_0^2}{R^2} \frac{dR_0}{dR}. \quad (4)$$

Из соотношения (4) видно, что плотность заряда может стать бесконечной, только если производная dR_0/dR обратится в бесконечность или, что то же самое, производная dR/dR_0 обратится в нуль.

Производную dR/dR_0 можно найти, продифференцировав по R_0 соотношение (3):

$$\dot{R} = \rho - \frac{1}{2} \left[(\rho - 1) + \left(\frac{\rho - 1}{\rho} \right)^{1/2} \ln \left((\rho - 1)^{1/2} + \rho^{1/2} \right) \right] \frac{3 - R_0 Q}{Q}.$$

Зависимость R от R_0 была рассчитана с помощью ЭВМ, и результаты этого расчета приведены на рис. 3. На рисунке хорошо видно, что в точке, где dR/dR_0 впервые обращается в нуль, эта зависимость имеет перегиб и, следовательно, ее можно представить в виде

$$R = B + \varepsilon(R_0 - A)^3 + \dots,$$

где A и B — некоторые константы. Тогда R_0 зависит от R следующим образом:

$$R_0 = A + \left(\frac{R - B}{\varepsilon} \right)^{1/3}.$$

Производная dR/dR_0 вблизи этой точки имеет вид:

$$dR/dR_0 = 3\varepsilon(R_0 - A)^2 = 3\varepsilon^{1/3}(R - B)^{2/3}.$$

Таким образом, зависимость плотности заряда от R вблизи точки, где она обращается в бесконечность, имеет вид:

$$\sigma(R) = \frac{1}{3} \left(\frac{A}{B} \right)^2 \varepsilon^{-1/3} \sigma(A) (R - B)^{-2/3}$$

Как видно из рис. 3, в начальный момент времени R и R_0 совпадают. Затем начинается разлет пакета, при этом наибольшие скорости и, соответственно, наибольшие смещения приобретаются зарядами на склоне зарядового распределения. Вследствие этого предшествующие слои догоняют предыдущие. При $t = 2,77$ значения R , соответствующие $1,5 < R_0 < 2,0$, выравниваются и это означает начало обгона и обращение плотности заряда в бесконечность. На рис. 4 видны формирование максимума плотности зарядового распределения и его обострение со временем вблизи $R \approx 3,65$. При $t = 2,77$ электронная плотность в максимуме почти на четыре порядка выше, чем в центре распределения. На рис. 5 показана зависимость электрического поля от координаты R . Видно, что в начальный момент времени на зависимости поля от радиуса есть максимум, который и определяет неравномерное ускорение сферических слоев, что приводит в дальнейшем к формированию катастрофы — обгона.

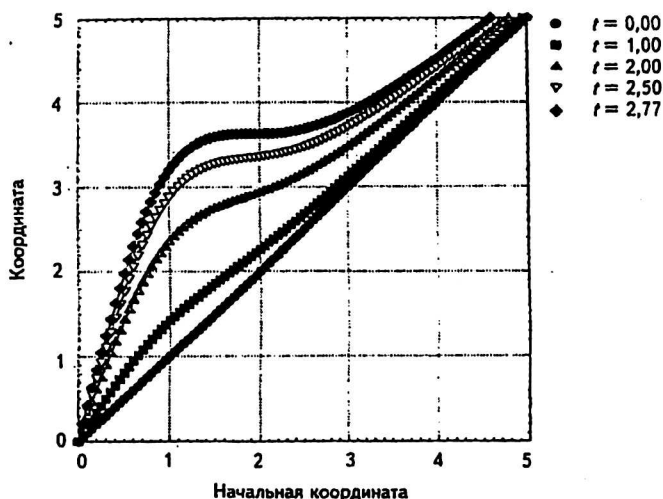


Рис. 3. Координаты точек разлетающегося сферически симметричного многоэлектронного гауссового пакета в различные моменты времени t в зависимости от их начальных координат. (Все величины — безразмерные)

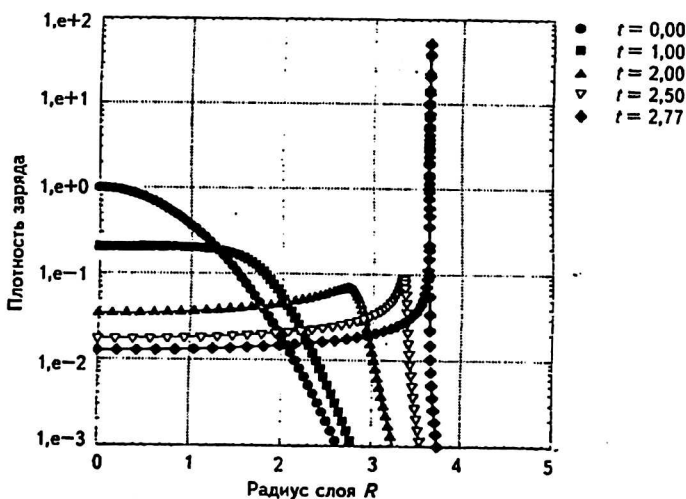


Рис. 4. Формирование максимума электронной плотности и его обострение со временем при разлете сферически симметричного многоэлектронного гауссового пакета. (Все величины — безразмерные)

Разлет цилиндрического гауссового многоэлектронного пакета вдоль оси цилиндра

Пусть заряд удерживается посторонними силами вблизи оси z . Его линейная плотность задается распределением $\rho(z)$, которое для простоты будем считать симметричным относительно начала координат. Как и раньше, скорость зарядов в начальный момент времени полагаем равной нулю. Уравнения движения элемента заряда имеют вид

$$\frac{dz(z_0, t)}{dt} = V(z_0, t), \quad \frac{dV(z_0, t)}{dt} = \frac{e}{m} E(z_0, t),$$

где z — координата элемента заряда, исходно расположенного в точке z_0 ; V — скорость; E — напряженность электрического поля, действующего на него.

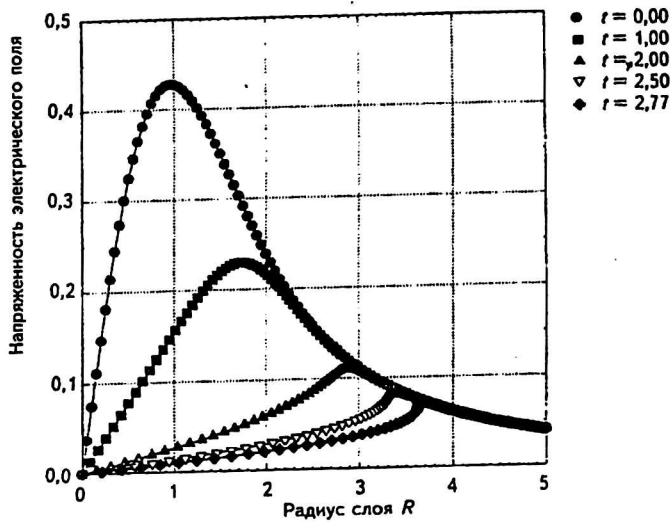


Рис. 5. Распределение напряженности электрического поля в сферически симметричном гауссовом многоэлектронном пакете в различные моменты времени. (Все величины — безразмерные).

В поперечном направлении распределение предполагается равномерным внутри окружности радиусом r , т.е. в целом распределение находится внутри цилиндра с радиусом r и осью, совпадающей с осью z . Предположение о бесконечной тонкости распределения в поперечном направлении приводит к расходящимся выражениям для полей. Напряженность электрического поля на оси цилиндрического заряженного диска равна

$$E = 2\pi\rho \left[1 - \frac{l}{(l^2 + r^2)^{1/2}} \right] dz,$$

где r — радиус диска; ρ — плотность заряда в нем; l — расстояние вдоль оси диска от диска до точки поля; dz — толщина диска.

До начала обгона заряд, заключенный между двумя сечениями распределения, сохраняется. Поэтому имеет место соотношение

$$\rho(z, t) = \rho(z_0, 0) \left(\frac{dz}{dz_0} \right)_{t=\text{const}}^{-1}.$$

Таким образом, плотность заряда может обратиться в бесконечность, если производная $(dz/dz_0)_{t=\text{const}}$ обратится в нуль.

Результаты расчетов плотности заряда приведены на рис.6. Начальное распределение заряда бралось гауссового вида:

$$\rho(z_0, 0) = \rho_0 \exp\left(-\frac{z_0^2}{d^2}\right).$$

Так же, как и в сферическом случае со временем формируется максимум электронной плотности. Видно, что формирование неоднородностей происходит тем раньше, чем

меньше диаметр цилиндра, т.е. чем выше в нем плотность электронной плотности. $R_1 = 0,05 d$; $t_1 = 0,63 t_0$; $R_2 = 0,10 d$; $t_2 = 0,75 t_0$; $R_3 = 0,15 d$; $t_3 = 0,85 t_0$. Это обстоятельство повышает важность пространственной фокусировки, которая рассматривается ниже.

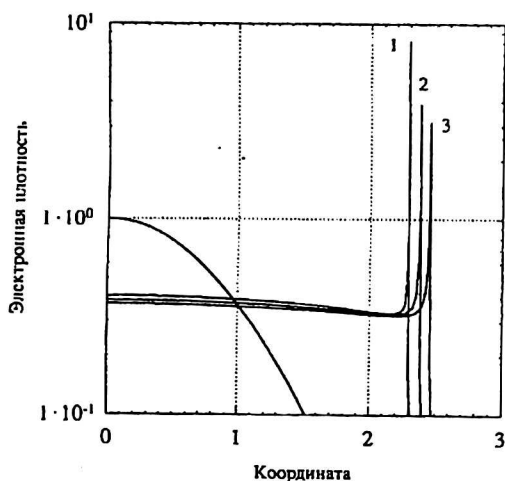


Рис. 6. Формирование максимумов электронной плотности при различных размерах поперечного сечения цилиндрического многоэлектронного пакета:
 $R_1 = 0,05$; $t_1 = 0,63$; $R_2 = 0,10$; $t_2 = 0,75$;
 $R_3 = 0,15$; $t_3 = 0,85$.
 (Все величины — безразмерные)

Пространственная катастрофа — фокусировка

Связанные с фокусировкой пространственные катастрофы хорошо известны, например, из геометрической оптики [20]. Поэтому приведем лишь некоторые качественные соображения о роли фокусировки при обострении электронных пакетов.

Как правило, движение электронного пакета в межэлектродном пространстве происходит в фокусирующем статическом поле. Кулоновское поле самого электронного распределения также может быть иногда фокусирующим. В результате фокусировки могут происходить пространственные катастрофы двух типов: фокусы и каустики. В фокусах плотность зарядового распределения (в пренебрежении волновой природой электронов) возрастает как $1/R^2$, на каустиках — как $1/R$. Однако фокус в отличие от каустики не является катастрофой общего положения. Иными словами, радиусы кривизны электронного волнового фронта лишь в исключительных случаях оказываются одинаковыми, что необходимо для сферичности этого фронта и образования фокуса. Но и различия между этими радиусами не слишком велики, не на порядки. Поэтому в области вблизи каустик возрастание плотности заряда наиболее вероятно по закону $1/R^n$, где $1 < n < 2$.

При уменьшении диаметра цилиндрического пакета временная катастрофа случается раньше. Это значит, что при приближении электронного пакета к области каустик и, соответственно, при возрастании электронной плотности обостряются и процессы формирования катастроф — обгонов. Иными словами, велика вероятность того, что временная и пространственная катастрофы происходят практически одновременно. При этом распределение электронной плотности должно приближаться к зависимости $1/R^n$, где $n > 2$, т.е. электронный пакет становится непрозрачным [9]. Потенциал в центре такого пакета стремится к бесконечности. При этом электроны, падающие извне на рассматриваемый пакет, не смогут проникнуть в его центр. Это должно способствовать развитию неоднородности в распределении электронной плотности.

Динамика одноэлектронных волновых пакетов во внешних потенциалах. Метод расчета

В данной работе при расчетах эволюции параметров одноэлектронных волновых пакетов во внешних потенциалах использовался приближенный метод расчета матрицы параметров волнового пакета, данный в [21].

Движение электрона в потенциале $U(\vec{r})$, достаточно медленно меняющемся в пространстве, можно описать волновым пакетом

$$\Psi(\vec{r}, t) = C(t) \exp\left\{-i(\vec{p}, \hat{F}\vec{p}) + \frac{i}{\hbar} [(\vec{p}_0(t), \vec{p}) + E(t)]\right\},$$

где $\vec{p} = \vec{r} - \vec{r}_0(t)$, и величины $\vec{r}_0(t)$ и $\vec{p}_0(t)$ подчиняются классическим гамильтоновым уравнениям

$$\frac{d\vec{r}_0}{dt} = \frac{\vec{p}_0}{m_e}, \quad \frac{d\vec{p}_0}{dt} = -\text{grad}U(\vec{r}_0).$$

Матрица \hat{F} является комплексной. Ее действительная часть определяет распределение модуля волновой функции в пространстве, а мнимая часть — распределение фазы волновой функции в пространстве. Изменение матрицы \hat{F} с течением времени описывается матричным уравнением типа уравнения Рикатти:

$$i\hbar \frac{d\hat{F}}{dt} = \frac{2\hbar^2}{m_e} \hat{F}^2 - \frac{1}{2} \hat{U}''', \quad \hat{F} = \hat{F}_1 + i\hat{F}_2, \quad (5)$$

где \hat{U}''' — матрица вторых производных потенциальной энергии в центре волнового пакета, появляющаяся при разложении потенциальной энергии в ряд Тейлора в окрестности центра пакета:

$$U(\vec{r}_0 + \vec{p}) = U(\vec{r}_0) + (\vec{p}, \text{grad}U(\vec{r}_0)) + \frac{1}{2} (\vec{p}, \hat{U}''\vec{p}) + \dots \quad (6)$$

Рассматриваемый метод пригоден для расчета, если в разложении (6) можно пренебречь кубическими и членами более высоких степеней малости.

Из уравнения (5) видно, что динамика параметров пакета, определяющих его размеры, определяется матрицей вторых производных потенциала поля по пространственным координатам в точке, соответствующей центру пакета. Отметим, что уравнение типа (5) для движения пакета в произвольных электромагнитных полях приводится в работе [22].

Электронный волновой пакет в однородном поле вакуумного фотодетектора

Прежде чем приступить к исследованию обострения и локализации одноэлектронных образований, надо определиться с характерными размерами одноэлектронных пакетов в задачах, связанных с приборами типа вакуумного фотодетектора [11]. Уравнение (5) в одномерном случае и в случае однородного поля ($U'' = 0$) легко проинтегрировать и, полагая в начальный момент времени параметр F_0 чисто вещественным, не трудно получить зависимость полуширины пакета от времени:

$$a_1 = a_0 \sqrt{1 + \frac{t^2}{\tau^2}}, \quad \text{где } \tau = \frac{m_e a_0^2}{\hbar},$$

где τ — характерное время; a_0 — начальная полуширина пакета.
 Время пролета электрона между катодом и анодом порядка

$$t_0 = \sqrt{2m_e l / eU},$$

где l — расстояние между катодом и анодом; U — напряжение между ними.

Для того чтобы пакет не успел существенно расшириться за время пролета от катода к аноду, τ и t_0 должны быть одного порядка. Соответственно, существует характерный размер пакета

$$A = \sqrt[4]{\frac{2\hbar^2 l^2}{eU m_e}}.$$

Характерное расстояние между катодом и анодом $l = 1$ см, а напряжение $U = 100$ В (заметим, что характерный размер A слабо зависит от параметров устройства U и l). Тогда

$$A = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см},$$

т. е. характерный размер неожиданно велик, около одного микрона. Соответственно, размеры электронного пакета в вакуумном фотодетекторе должны быть порядка, больше или даже много больше характерного размера A , чтобы пакет не успевал сильно измениться в своих размерах за время движения от катода к аноду. При этом размеры пакета должны быть ограничены сверху, т. е. он должен быть много меньше характерных расстояний между катодом и анодом, чтобы давать резкий импульс тока во внешней цепи фотодетектора.

Так как размеры электронного пакета сравнимы с типичными оптическими длинами волн, то естественным способом наблюдения такого пакета являются зондирование его интенсивным лазерным импульсом и детектирование излучения, рассеянного им. Известно, что в настоящее время интенсивность сфокусированного лазерного излучения достигает $I_0 = 10^{21}$ Вт/см² при длительности импульса около 10^{-12} с, т. е. $W/S = \tau I_0 = 10^{16}$ эрг/см². Оценки [11] показывают, что один электронный волновой пакет рассеивает $N \approx 4 \cdot 10^3$ фотонов. Эта величина достаточно велика и, следовательно, рассеянное излучение является чувствительным индикатором присутствия электронного волнового пакета. При размерах пакета, меньших длины волны, угловое распределение рассеянного излучения является дипольным. По мере уменьшения длины волны угловое распределение рассеянного излучения все более отличается от дипольного, это отличие содержит информацию о размерах и форме электронного пакета. В частности, с уменьшением длины волны интенсивности рассеяния вдоль лазерного луча и перпендикулярно к нему все более различаются.

Также в [11] показано, что под действием давления, оказываемого на пакет лазерным импульсом, пакет отклоняется от своего начального направления движения на угол порядка единиц радиан. Это отклонение, как и рассеянный свет, может быть индикатором прохождения волнового пакета через детектор. По мере того как длина волны лазерного излучения уменьшается и делается сравнимой или даже меньше размеров пакета, фотоны все больше рассеиваются вперед, и отклонение пакета уменьшается. Это уменьшение позволяет оценить размеры волнового пакета.

Обострение одноэлектронных пакетов из-за кулоновского взаимодействия

Исследуем движение и деформацию одноэлектронного пакета в катод-анодном пространстве фотодетектора под действием неоднородного кулоновского поля друго-

го электрона [10]. Рассмотрим систему из двух подвижных электронов. В начальный момент времени два электрона расположены на одной из силовых линий однородного катод-анодного поля напряженности E . В последующие моменты времени они перемещаются под влиянием действующих на них сил. Изменение со временем расстояния между их центрами дается уравнениями

$$\frac{dl(t)}{dt} = v_0(t), \quad \frac{dv_0(t)}{dt} = \frac{2}{m_e} \frac{e^2}{l^2(t)},$$

которые легко получить, перейдя в неинерциальную систему отсчета, связанную с одним из электронов. Видно, что в этой системе отсчета один электрон движется относительно другого так, как он двигался бы в лабораторной системе отсчета в поле неподвижного отрицательного заряда величиной в два заряда электрона. Координаты первого и второго электронов в лабораторной системе отсчета легко находятся, как

$$x_1(t) = \frac{l_0 - l(t)}{2} + \frac{eE}{m_e} \frac{t^2}{2}, \quad x_2(t) = \frac{l_0 + l(t)}{2} + \frac{eE}{m_e} \frac{t^2}{2}.$$

Параметр, определяющий продольные распределения модуля и фазы волнового пакета одного из электронов, подчиняется уравнению Рикатти

$$i\hbar \frac{dF}{dt} = \frac{2\hbar^2}{m_e} F^2 - 2 \frac{e^2}{l^3(t)}. \quad (7)$$

Изменение поперечного параметра описывается уравнением

$$i\hbar \frac{dG}{dt} = \frac{2\hbar^2}{m_e} G^2 + \frac{e^2}{l^3(t)}. \quad (8)$$

На рис. 7 показаны зависимости продольного размера электронного пакета от расстояния между электронами. Начальная относительная скорость электронов полагалась нулевой, скорость сжатия пакета в продольном направлении в начальный момент времени — нулевой. Отметим, что в момент времени, когда размер пакета минимален, расстояния между электронами в сотни раз больше его размеров, хотя в начале движения расстояния между ними были порядка размеров пакета. После максимального сжатия пакет довольно быстро расширяется до размеров порядка начальной ширины, т. е. становится относительно большим и доступным для современных средств наблюдения [11].

На рис. 8 показаны зависимости продольного и поперечного размеров электронного пакета от координаты его центра при движении системы из двух электронов в постоянном однородном поле напряженности 50 В/см. Начальная полуширина пакета 10 мкм, начальное расстояние между электронами 25 мкм, начальная скорость центра масс системы и начальная относительная скорость электронов нулевые. Скорость сжатия пакета в продольном направлении в начальный момент времени полагалась нулевой. Следует заметить, что максимальное сжатие пакета при движении в поле $E = 50$ В/см происходит на расстоянии большем 2 см от начала движения, т. е. взаимодействие электронов демпфирует их квантово-механическое расширение на макроскопических расстояниях.

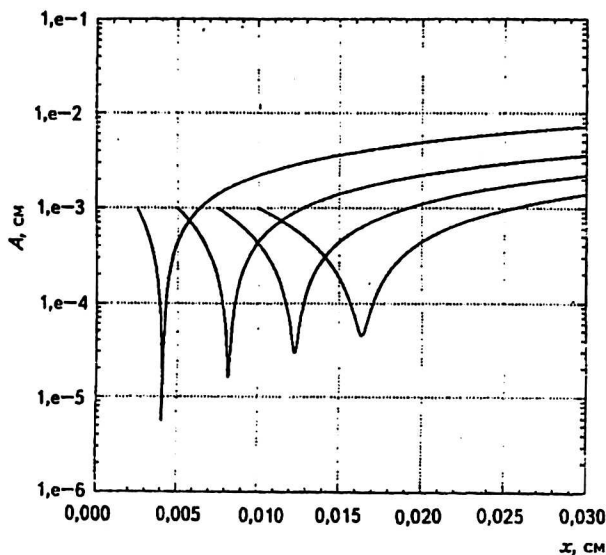


Рис. 7. Зависимость продольной полуширины электронного волнового пакета от расстояния между его центром и подвижным электроном для различных начальных расстояний между ними

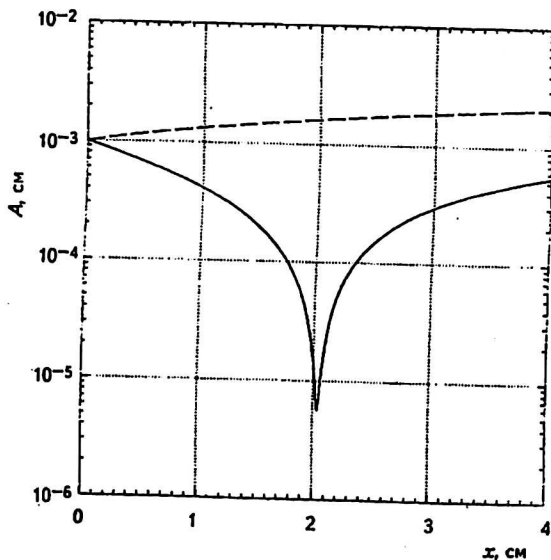


Рис. 8. Зависимости продольного и поперечного размеров волнового пакета для одного из электронов от его координаты при движении системы из двух электронов в постоянном однородном поле напряженности 50 В/см

Интересно сравнить размеры электронного пакета в момент наибольшего сжатия с соответствующей дебройлевской длиной волны. В момент максимального сжатия ширина пакета $\Delta x = 0,12$ мкм, скорость электрона, летящего первым, равна $v = 2,6 \cdot 10^8$ см/с, его импульс $p = 2,36 \cdot 10^{-22}$ г·см/с, дебройлевская длина волны $\lambda_D = 0,28$ мкм, т.е. размеры электронного пакета несколько меньше его дебройлевской длины волны. В силу соотношения неопределенностей Гейзенберга неопределенность импульса в момент максималь-

ного сжатия $\Delta p \cong 8.75 \cdot 10^{-23}$ г·см/с, т. е. $\Delta p/p = 1/2\pi \cdot \lambda_D/\Delta x = 0.37$. Таким образом, неопределенность импульса электрона достаточно велика, чему и соответствует быстрое расплывание электронного пакета при его дальнейшем движении.

На рис. 9 представлены результаты движения системы из двух электронов с различными начальными скоростями сближения в постоянном однородном поле напряженности 50 В/см. Начальная полуширина пакета была 20 мкм, начальное расстояние между ними 100 мкм, начальная скорость центра масс системы полагалась нулевой. Скорости сжатия пакетов в продольном направлении в начальный момент времени полагались нулевыми. Скорость сближения в случае с максимальным сжатием $5 \cdot 10^7$ см/с, далее $3 \cdot 10^7$, 10^7 и 10^6 см/с. Видно, что при сближении продольный размер пакета уменьшается более чем в сто раз.

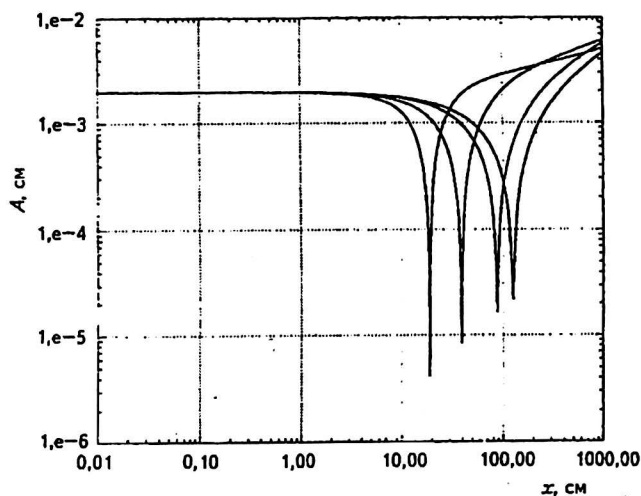


Рис. 9. Зависимости продольного размера волнового пакета для одного из электронов от его координаты при движении системы из двух электронов с различными начальными скоростями сближения в постоянном однородном поле 50 В/см

Чем больше начальная скорость сближения электронов, тем сильнее и быстрее сжатие и расширение пакета, и тем сильнее демпфируется его квантово-механическое расширение при прохождении катод-анодного промежутка, т. е. после резкого сжатия и резкого расширения пакет с начальной шириной в десятки микрон и с достаточно большой начальной скоростью сближения с другим электроном приобретает свой первоначальный размер, который слабо меняется на расстояниях в метры, что значительно превышает характерные размеры вакуумных фотодетекторов. При дальнейшем увеличении начальной скорости электроны сближаются на расстояния, существенно меньшие начальных размеров пакета, который не успевает сильно сжаться в продольном направлении. При этом используемое приближение перестает работать. Таким образом, анализ взаимодействия электронов, сближающихся с более высокими скоростями, выходит за рамки этой работы.

Сильное сжатие электронных пакетов можно описать качественно. Заметим, что сжатие определяется второй производной потенциальной энергии электрона в точке, где он находится дольше всего, т. е. там, где скорость его центра равна нулю. В этой точке электрон ведет себя так, как если бы его поместили с нулевой скоростью в центр квадратичной потенциальной ямы, в которой его потенциальная энергия определяется выражением $U = m\omega^2(r - r_1)^2 / 2$, где $\omega^2 = U''(r_1) / m$, а r_1 — минимальное расстояние, на которое сближаются электроны. В случае движения системы из двух электронов с достаточно большой начальной скоростью сближения v_0 и с доста-

точно большим расстоянием между электронами в начальный момент времени можно пренебречь начальной потенциальной энергией электронов в сравнении с их начальной кинетической энергией. Тогда $r_1 \cong 2e^2/mv_0^2$, а $U''(r_1) = m^3v^6/4e^4$. Предположим, что электронный пакет приходит в точку r_1 практически не изменив своего начального размера a_{\max} . Далее он начинает резко сжиматься до минимального размера, определяемого известной формулой из теории сжатых состояний $a_{\max} a_{\min} = a_0^2$ [23], где $a_0^2 = \hbar/m\omega$ — квадрат полуширины когерентного состояния [24]. Заметим, что для применимости используемого приближения необходимо, чтобы расстояние между электронами всегда превышало размеры пакета. Таким образом, получаем

$$a_{\min} = \frac{2}{a_{\max}} \frac{e^2}{m^2} \frac{\hbar}{v_0^3}.$$

Подставляя сюда $v_0 = 5 \cdot 10^8$ см/с — максимальную начальную скорость, соответствующую максимальному сжатию электронного пакета (см. рис. 4), получаем $a_{\min} = 2,34 \cdot 10^{-6}$ см, что хорошо соответствует расчету.

Изменение размеров электронного пакета происходит достаточно быстро в сравнении с изменением положения его центра в пространстве. Это соответствует известному из теории сжатых состояний факту о том, что период колебаний ширины волнового пакета в сжатом состоянии равен половине периода колебаний его центра, т. е. сжатие и разжатие пакета происходят несколько быстрее существенного изменения положения его центра. Таким образом, характерное время изменения ширины электронного пакета

$$T_a = \frac{1}{2} 2\pi/\omega = 2\pi e^2/mv^3.$$

Для $v_0 = 5 \cdot 10^8$ см/с получаем $T_a = 1,27 \cdot 10^{-8}$ с, что очень хорошо совпадает с результатом расчета. В рассматриваемом расчете полуширина электронного пакета уменьшилась от 10 до 0.04 мкм, а затем увеличилась обратно до 10 мкм за $8 \cdot 10^{-9}$ с.

Из (8) видно, что кулоновское поле является дефокусирующим в поперечном направлении для электронного пакета. Это может приводить к существенному расширению электронных пакетов в поперечном направлении при их сближении. При этом их поля становятся существенно отличными от поля точечного электрона, что должно учитываться при расчетах изменением вида неоднородных членов в уравнениях (7) и (8). Поэтому проведенные расчеты относятся к случаю, когда сгусток сжимается также и в поперечном направлении. Это возможно, например, при фокусирующем действии внешнего поля или из-за начальной фокусировки пакета при его образовании. К сожалению, процесс формирования одноэлектронных пакетов пока затронут теорией лишь качественно.

Таким образом, квантово-механические расчеты показали, что взаимодействие между электронами приводит к локализации одноэлектронных пакетов, т.е. их размеры становятся много меньше расстояния между ними, и демпфирует их дальнейшее квантово-механическое расширение. Следовательно, механизм обострения и локализации электронных пакетов под действием неоднородного кулоновского поля других электронов хорошо описывает характерную особенность фотоотсчетов — их узость по сравнению с расстоянием между ними.

Электростатическая дефокусировка одноэлектронных волновых пакетов

Будем численно решать матричное уравнение (5) для электронного волнового пакета, направленного на центр макроскопического шарового электрода под отрицатель-

ным потенциалом. В отличие от картины поперечной дефокусировки волнового пакета в случае движения в поле другого электрона, в настоящем случае эффект значительно усиливается из-за того, что шар под большим отрицательным потенциалом создает намного более сильное электростатическое поле, чем точечный электрон. Эффект усиливает еще и довольно большая скорость волнового пакета, с которой он налетает на шар. Имея достаточно большую начальную скорость, волновой пакет останавливается близко к шаровому электроду и долго находится в сильном неоднородном электростатическом поле, дефокусирующем его в поперечном направлении. Отметим, что в окрестности точки остановки центра электронного пакета зависимость его потенциальной энергии от продольной — x и поперечной — z координат имеет вид седла. В продольном направлении — фокусирующий приблизительно квадратичный потенциал, в поперечном — дефокусирующий, тоже приблизительно квадратичный потенциал. Такой вид потенциальной энергии в окрестности точки остановки центра электронного пакета и определяет последующую динамику волнового пакета.

Расчеты показывают, что в рассматриваемом случае волновой пакет из микроскопического в начальный момент времени превращается в существенно макроскопический; поперечные размеры пакета после рассеяния на потенциале шара, достаточно быстро достигают размера в 1 см.

Возможность электронов находиться в состоянии с макроскопическими размерами волнового пакета является хорошо установленным фактом. Примером являются так называемые ридберговские атомы — сильно возбужденные атомы с большими значениями главного квантового числа n . Методами космической радиоспектроскопии было показано, что в разреженной межзвездной среде атом может существовать в состояниях с главным квантовым числом $n \sim 1000$, когда линейные размеры электронного облака достигают величины порядка 0,1 мм [25]. В лабораторных условиях были получены ридберговские атомы, диаметр которых приближается к сотой доле миллиметра, что в 100 000 раз больше, чем диаметр атома в основном состоянии [26].

Так как задача обладает осевой симметрией, продольное движение пакета и его продольная деформация отделяются от других степеней свободы.

Электронный пакет в начальный момент времени располагался на расстоянии 50 см от центра шара. Продольная и поперечная ширины пакета полагались одинаковыми и равными 40 мкм. Начальная скорость пакета равна 10^9 см/с, что соответствует ускоряющей разности потенциалов приблизительно в 300 В, и направлена к центру металлического шарового электрода. Радиус шара 0,25 см, потенциал на нем -1 кВ, т.е. заряд шара отрицателен и равен 0,835 СГСЭ. В начальный момент времени полагалось $I_{mF_{xx}} = 0$ и $I_{mF_{zz}} = 0$, что соответствует нулевой скорости сжатия пакета в продольном и поперечном направлениях в начале движения. На расстоянии около 6 мм от поверхности шара пакет останавливается и начинает двигаться назад. При движении от шара наблюдается резкое увеличение поперечных размеров пакета. Продольный размер пакета в окрестности точки остановки резко уменьшается более чем на три порядка, затем также резко увеличивается до начального размера и, в дальнейшем практически не изменяется. Через 50 нс на расстоянии около 50 см от шара, поперечные размеры пакета достигают 1 см при продольном размере около 40 мкм.

На рис. 10 показаны результаты расчета зависимости продольной $2a_x = \sqrt{2/A_{xx}}$ и поперечной (пунктиром) $2a_z = \sqrt{2/A_{zz}}$ ширины пакета при его движении в поле шарового электрода от времени. На рис. 11 показаны зависимости тех же величин от расстояния между центром пакета и центром металлического шара в окрестности шарового электрода.

Интересно, на наш взгляд, было бы попытаться экспериментально пронаблюдать расширенный в поперечном направлении до макроскопических размеров отдельный электронный волновой пакет на экране покрытом люминофором. Возможность получения поочередно летящих электронов была показана в [27]. Согласно вероятностной трактовке волновой функции и представлениям о редукции вектора состояния, на экране от

отдельного электрона, даже описываемого макроскопическим волновым пакетом, должна наблюдаться микроскопическая вспышка, а не макроскопическое пятно. В случае, если квадрат модуля волновой функции определяет распределение электронной плотности в пространстве и редукция вектора состояния не происходит, должно наблюдаться макроскопическое светящееся пятно, соответствующее всей поперечной площади пакета. В рассматриваемых условиях электрон обладает достаточной энергией, чтобы вызвать свечение люминофора экрана в пятне с протяженностью, соответствующей поперечной протяженности волнового пакета. Кинетическая энергия электрона, достаточно далеко отлетевшего от шарового электрода, после рассеяния на нем, составляет около 300 эВ, т. е. при взаимодействии с люминофором его энергии хватит на излучение порядка сотни фотонов, т.к. энергия одного фотона в видимом диапазоне порядка 1эВ. Предложенный эксперимент по наблюдению отдельного электрона позволил бы напрямую проверить вероятностную трактовку волновой функции.

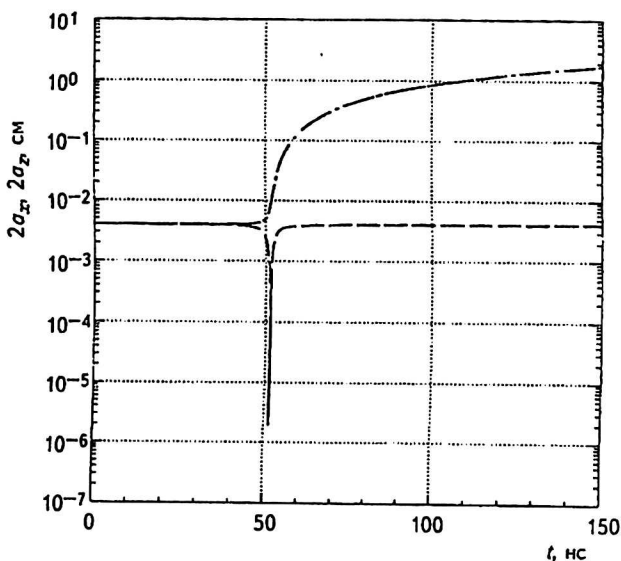


Рис. 10. Зависимости продольного и поперечного размеров одноэлектронного волнового пакета от времени при его движении в поле отрицательно заряженного сферического электрода

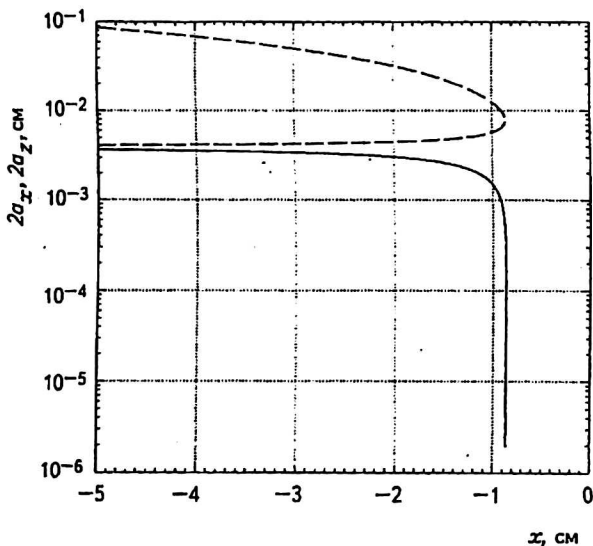


Рис. 11. Зависимости продольного и поперечного размеров электронного пакета от расстояния между центром пакета и центром сферы в окрестности сферического электрода

Техническая сложность заключается в том, что электронный пакет отлетает от шарового электрода в том же направлении, из которого он и подлетает. Эту трудность можно обойти несколькими способами. Можно пропускать электроны через область постоянного магнитного поля, направленного вертикально, т.е. перпендикулярно горизонтально направленной скорости электронов. Эта область магнитного поля будет отклонять падающие на нее от катода электроны к шаровому электроду, а отраженные от него будут отклонять в сторону от катода. Можно отклонять электроны слабо неоднородным электростатическим полем при их движении от катода к шаровому электроду. На их обратном пути это поле должно синхронно отключаться. Можно также направлять электроны на шаровой электрод под некоторым углом, так что они будут отражаться немного в другом направлении.

Л и т е р а т у р а

1. Schottky W. // Ann. Phys. Lpz. 1918. V. 57. P. 541.
2. В е с к А. Н. W. Thermionic valves (Cambridge: Univ. Press, 1953).
3. Photoemission and the Electronic Properties of Surfaces, Eds. Feuerbacher B., Fitton B., Willis R.F., N.Y.: John Wiley and Sons, 1978.
4. Topics in applied Physics. Photoemission in Solids, Eds. Cardona M., Ley L. 1978. V. 26, 27.
5. Photon Correlation Spectroscopy and Velocimetry, Eds. Cummins H.Z., Pike E.R., N.Y.: L. 1977.
6. Я е н J. P. // Proc. Inst. Radio Eng., N.Y. 1941. V. 29. P. 345.
7. Б ы к о в В. П., Г е р а с и м о в А. В. // ДАН, 1993. Т. 328, № 1. С. 50—52
8. В ы к о в V. P., G e r a s i m o v A. V., T u r i n V. O. An alternative approach to the theory of photocounts // Laser Physics. 1995. V. 5. № 4. P. 841—851.
9. Б ы к о в В. П., Г е р а с и м о в А. В., Т у р и н В. О. Кулоновская дезынтеграция слабых электронных потоков и фотоотсчеты // УФН. 1995. Т. 165. Вып. 8. С. 955—966.
10. В ы к о в V. P., T u r i n V. O. The motion of electron wave packets in vacuum devices and the sharpening of these wave packets due to coulomb interaction // Laser Physics. 1997. V. 7. № 4. P.1—5.
11. Б ы к о в В. П., П р о х о р о в А. М., Т у р и н В. О., Ч и н С. Л. Электронные волновые пакеты в вакуумных фотоприемниках и возможность их наблюдения // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 6. Вып. 6. С. 408—411.
12. Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992.
13. W i g n e r E. // Phys. Rev. 1934. V. 46. P. 1002
14. W i g n e r E. // Trans. Far. Soc., 1938. V. 34. P. 678
15. Б ы к о в В. П. // ДАН 1988. Т. 300. № 6. С. 1353
- 16 В ы к о в V. P., G e r a s i m o v A. V.: Preprint ICTP, IC/92/194, 1992.
17. А р н о л ь д В. И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990.
18. D e g t y a r e v a V. P., K u l i k o v Y u. V., M o n a s t y r s k y M. A., S c h e l e v M. Ya. Computer Simulation of Coulomb Repulsion Effects in Picosecond ICT Based on Aberration Theory // SPIE. 1992. V. 1655 Electron Tubes and Image Intensifiers. P. 27—37.
19. М о н а с т ы р с к и й М. А. Метод т — вариаций и некоторые вычислительные проблемы электронной оптики динамических эмиссионных систем // Прикладная физика. 1996. Вып. 3. С. 7—27.
20. К р а в ц о в Ю. А., О р л о в Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
21. Б ы к о в В. П. Сжатый свет и неклассические движения в механике // УФН. 1993. Т. 163, Вып.9. С. 89—99.
22. Б ы к о в В. П. Движение электронного волнового пакета в электромагнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 64. Вып. 8. С. 515—520.
23. Б ы к о в В. П. Основные особенности сжатого света // УФН. 1991. Т. 161. Вып. 10. С. 145—173.
24. Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1989.
25. С о р о ч е н к о Р. Л., С а л о м о н о в и ч А. Е. Гигантские атомы в космосе // Природа. 1987. № 11. С. 82—95.
26. К л е п п н е р Д., Л и т т м а н М., Ц и м м е р м а н М. Сильно возбужденные атомы // УФН. 1982. Т. 137. Вып. 2. С. 339—360.
27. Б и б е р м а н Л., С у ш к и н Н. и Ф а б р и к а н т В. Дифракция поочередно летящих электронов // Доклады Академии Наук СССР. 1949. Т. 66. Вып. 2. С. 185—186.

DYNAMICS OF ELECTRON PACKETS. MACROSCOPIC ONE-ELECTRON WAVE PACKETS

V. P. Bykov

General Physics Institute RAS, Moscow, Russia

V. O. Turin

Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russia

An alternative approach to the theory of photocounts is discussed. Spherically symmetric expansion of an electron bunch integrated analytically. It is shown that where is sharpening of charge density due to spatial and temporal catastrophes which may occur when many-electron packets expand. Such process induce disintegration of many electron wave into one electron packets. It is shown that the dimensions of an one-electron wave packet in vacuum photodetectors of order of $1 \mu\text{m}$. Electron motion in the field of another electron is investigated. It is shown that interaction between electrons to result in a space localization of one-electron packets. Electron motion in the field of a negative charged spherical electrode is investigated. It is shown that there is the possibility to unsqueeze one-electron packets to macroscopic size.