

УДК 533.9

## Авторезонансное лазерное ускорение электронного сгустка

В. П. Милантьев, С. П. Степина

*Рассмотрен механизм авторезонансного ускорения релятивистского сгустка электронов, инжектируемых вблизи фокальной плоскости лазерного излучения основной моды. Показано, что на расстоянии порядка удвоенной рэлеевской длины образуется трубчатый электронный пучок. Ширина пучка и средняя энергия определяются условиями инжекции.*

PACS 52.65.Cc

*Ключевые слова:* циклотронный авторезонанс, ускорение, лазерное гауссово излучение, релятивистские электроны, трубчатый сгусток.

### Введение

Циклотронный авторезонанс, открытый Коломенским, Лебедевым [1] и Давыдовским [2], является одним из эффективных механизмов ускорения электронов [3—14]. В первых исследованиях авторезонансного механизма ускорения рассматривались различные моды микроволнового поля в волноводах и резонаторах. Было показано, что авторезонансное ускорение электронов в волноводе может происходить с очень высокой эффективностью. В случае стоячей волны в резонаторе энергия ускоренного электронного пучка накапливается в основном в поперечной компоненте скорости. Поэтому авторезонансный микроволновый ускоритель на основе резонатора является эффективным средством для получения вращающихся электронных пучков, которые могут быть использованы как источник когерентного излучения [8], драйвер для гиротронов [7] и т. д.

Авторезонансное ускорение электронов лазерным излучением имеет ряд особенностей. Это связано с тем, что осуществление условия циклотронного авторезонанса при разумных величинах ведущего магнитного поля возможно лишь в случае релятивистских электронов (с энергией инжекции не менее 25,9 МэВ для CO<sub>2</sub>-лазера) [10—13]. В работе [13] было показано, что при авторезонансном ускорении лазерным излучением частицы, инжектируемые на оси излучения в центре сужения гауссова пучка основной моды, раскручиваются в поперечной плоскости. При этом на расстоянии порядка двух рэлеевских длин достигается предельный цикл с постоянным радиусом и запасенной энергией.

В данной работе детально рассматривается ускорение в авторезонансном режиме сгустка электронов с различными фазами, инжектируемых в фокальной плоскости лазерного излучения низшей моды и распределенных вдоль оси ведущего магнитного поля. Путем численного решения показано, что независимо от места инжекции и фазы траектория каждой частицы имеет предельный цикл. Однако центр цикла существенно зависит от положения частицы в момент инжекции. Для получения достаточно узкого трубчатого пучка ускоренных электронов необходимо, чтобы ширина инжектируемого сгустка не превосходила 1/4 сужения пучка лазерного излучения. Если же электроны в момент инжекции распределены по всему сечению лазерного пучка, то трубчатый пучок не образуется.

### Исходные уравнения

Лазерное излучение во многих случаях достаточно хорошо может быть представлено в виде гауссовых пучков (ГП) в параксиальном приближении [14], когда характерный дифракционный угол

$$\theta = \lambda / \pi a = a / z_R \ll 1, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения;  
 $a$  — сужение пучка (его радиус в фокальной плоскости);  
 $z_R = ka^2/2$  — рэлеевская длина;  
 $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$  — волновое число;  
 $\omega$  — частота волны;  
 $c$  — скорость света.

В этом приближении компоненты векторов ускоряющего поля низшей моды определяются формулами [13]:

$$E_x = E_1 \cos(\Theta_0 + \Psi_1) + O(1/k^2 a^2), \quad (2)$$

$$E_y = E_2 \sin(\Theta_0 + \Psi_1) + O(1/k^2 a^2), \quad (3)$$

Милантьев Владимир Петрович, профессор.  
 Степина Светлана Петровна, доцент.  
 Российский университет дружбы народов.  
 Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6.  
 Тел. (495) 955-08-13. E-mail: vmilantiev@sci.pfu.edu.ru

Статья поступила в редакцию 20 июня 2011 г.

© Милантьев В. П., Степина С. П., 2011

$$E_z = \frac{2}{ka^2\sqrt{1+D^2}}(xE_1\cos(\Theta_0 + \Psi_2) + yE_2\sin(\Theta_0 + \Psi_2)), \quad (4)$$

$$B_x = -E_2\sin(\Theta_0 + \Psi_1) + O\left(1/k^2a^2\right), \quad (5)$$

$$B_y = E_1\cos(\Theta_0 + \Psi_1) + O\left(1/k^2a^2\right), \quad (6)$$

$$B_z = \frac{2}{ka^2\sqrt{1+D^2}}(yE_1\cos(\Theta_0 + \Psi_4) - xE_2\sin(\Theta_0 + \Psi_4)). \quad (7)$$

Здесь введены обозначения для амплитуд поля:

$$E_{1,2} = \frac{kA_{x,y}(0)}{\sqrt{1+D^2}} \exp\left\{-\frac{r^2}{a^2(1+D^2)}\right\}, \quad (8)$$

а также для быстрой фазы волны:

$$\Theta_0 = kz - \omega t + \frac{r^2 D}{a^2(1+D^2)} \quad (9)$$

и медленных фаз:

$$\Psi_1 = \arctg \frac{1}{D}, \quad \Psi_4 = \arctg \frac{2D}{D^2 - 1}. \quad (10)$$

Из формул (2—7) видно, что рассматриваемое гауссово излучение представляет собой квазипоперечную волну с квазиэллиптической поляризацией, бегущую вдоль оси  $z$ , при этом:  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  — расстояние от оси пучка,  $D = \frac{2z}{ka^2} \equiv \frac{z}{z_R}$  — безразмерная дифракционная длина.

Релятивистские уравнения движения электрона удобно представить в безразмерной форме, вводя безразмерные величины: импульс  $\vec{P} = \frac{\vec{p}}{m_0c}$ , время  $\tau = \omega t$ , поперечные координаты  $X = \frac{x}{a}$ ,  $Y = \frac{y}{a}$ . Предполагая, что ведущее магнитное поле  $B_0$  направлено вдоль оси  $z$ , выделим циклотронное вращение электрона с помощью замены

$$\vec{p} = p_{\parallel}\vec{e}_z + p_{\perp}(\vec{e}_x\cos\Theta_c + \vec{e}_y\sin\Theta_c). \quad (11)$$

Здесь  $p_{\parallel}$ ,  $p_{\perp}$  — величины продольной и поперечной составляющих импульса по отношению к направлению магнитного поля  $\vec{B}_0$ ,  $\Theta_{\tilde{n}}$  — фаза циклотронного вращения,  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$ ,  $\vec{e}_z$  — единичные орты вдоль декартовых осей.

Движение электрона в гауссовом пучке (2—7) описывается системой уравнений (в безразмерных обозначениях):

$$\frac{dP_{\parallel}}{d\tau} = -\frac{\varepsilon P_{\perp}}{\gamma} \cos(\Theta_0 + \Theta_c + \Psi_1) - \frac{2\varepsilon}{ka\sqrt{1+D^2}} [X\cos(\Theta_0 + 2\Psi_1) - Y\sin(\Theta_0 + 2\Psi_1)],$$

$$\frac{dP_{\perp}}{d\tau} = \varepsilon \left(\frac{P_{\parallel}}{\gamma} - 1\right) \cos(\Theta_0 + \Theta_c + \Psi_1),$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = -\frac{\varepsilon P_{\perp}}{\gamma} \cos(\Theta_0 + \Theta_c + \Psi_1) - \frac{2P_{\parallel}\varepsilon}{\gamma ka\sqrt{1+D^2}} [X\cos(\Theta_0 + 2\Psi_1) - Y\sin(\Theta_0 + 2\Psi_1)],$$

$$\frac{d\Theta_c}{d\tau} = \frac{\Omega}{\gamma} - \frac{\varepsilon}{P_{\perp}} \left(\frac{P_{\parallel}}{\gamma} - 1\right) \sin(\Theta_0 + \Theta_c + \Psi_1) + \frac{2\varepsilon}{\gamma ka\sqrt{1+D^2}} [Y\cos(\Theta_0 + 2\Psi_1) + X\sin(\Theta_0 + 2\Psi_1)],$$

$$\frac{d\Theta_0}{d\tau} = \frac{P_{\parallel}}{\gamma} (1 + \Delta) - 1 + \frac{2DP_{\perp}}{\gamma ka(1+D^2)} [X\cos\Theta_c + Y\sin\Theta_c],$$

$$\frac{dR^2}{d\tau} = \frac{2P_{\perp}}{\gamma ka} [X\cos\Theta_c + Y\sin\Theta_c],$$

$$\frac{d\Psi_1}{d\tau} = -\frac{2P_{\parallel}}{k^2 a^2 \gamma (1+D^2)},$$

$$\frac{dD}{d\tau} = \frac{2P_{\parallel}}{k^2 a^2 \gamma},$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \frac{P_{\perp}}{ka\gamma} \cos\Theta_c,$$

$$\frac{dY}{d\tau} = \frac{P_{\perp}}{ka\gamma} \sin\Theta_c. \quad (12)$$

В этих уравнениях введены обозначения:  $\varepsilon = \frac{\mu}{\sqrt{1+D^2}} \exp\left\{-\frac{R^2}{1+D^2}\right\}$ ,  $\mu = \frac{ekA(0)}{m_0c\omega}$  — безразмерная амплитуда волны,  $\Delta = \frac{2R^2(1-D^2)}{k^2 a^2 (1+D^2)^2}$ ,

$R^2 = \left(\frac{r}{a}\right)^2$ ,  $\Omega = \frac{\omega_0}{\omega} \equiv \frac{eB_0}{m_0c\omega}$  — отношение классической циклотронной частоты электрона к частоте волны. Величина  $kA(0) = E$  представляет собой амплитуду напряженности электрического поля излучения. Предполагается, что волна имеет круговую поляризацию:  $E_2 = -E_1$ .

Из уравнений движения (12) следует, что циклотронный резонанс электрона с волной определяется соотношением между частотами:

$$\frac{P_{\parallel}}{\gamma}(1+\Delta)-1+\frac{\Omega}{\gamma}-\frac{2P_{\parallel}}{k^2a^2\gamma(1+D^2)}\approx 0, \quad (13)$$

где  $\Delta = \frac{2R^2(1-D^2)}{k^2a^2(1+D^2)^2}$ .

В случае плоской волны ( $a \rightarrow \infty$ ) условие циклотронного резонанса определяется соотношением:

$$\gamma - P_{\parallel} = \Omega. \quad (14)$$

Если условие (14) выполнено в начальный момент времени, то оно сохраняется во все время движения частицы. Это и есть циклотронный авторезонанс [1, 2].

В отличие от случая плоской волны (14), условие циклотронного резонанса (13) не является интегралом уравнений движения электрона. Это значит, что в ГП циклотронный резонанс, в общем, не сохраняется при движении частицы. Однако на расстоянии порядка двух рэлеевских длин расстройка резонанса оказывается незначительной, так что движение электрона можно рассматривать как близкое к авторезонансу [10—12].

В случае лазерного излучения параметр  $\Omega \ll 1$ . Следовательно, в авторезонансном режиме ускоряемые электроны уже должны обладать значительной энергией. В случае достаточно широких ГП для излучения CO<sub>2</sub>-лазера начальная энергия ускоряемых электронов не может быть менее 25,9 МэВ, а для лазера на Nd-стекле энергия инжекции должна превосходить 300 МэВ.

### Численное решение

Система уравнений движения электрона (12) решалась численно по методу Рунге—Кутты. Вычисления проводились в случае CO<sub>2</sub>-лазера с интенсивностью  $I = 1,8 \cdot 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>, длиной волны  $\lambda = 10,6$  мкм при условии циклотронного резонанса в момент инжекции. Ширина гауссова пучка считалось равной  $a = 0,16$  см. При данных параметрах гауссова пучка рэлеевская длина  $z_R = 75,8$  см. Величина магнитного поля принималась равной  $B_0 = 100$  кГс, при этом параметр  $\Omega = 0,009897$ . Авторезонансное движение частицы при заданных параметрах возможно, когда  $\gamma \geq 50,8$  или  $E \geq 25,9$  МэВ.

Вычисления проводились при начальной минимальной энергии  $E = 25,9$  МэВ и на интервале порядка двух рэлеевских длин. Рассматривалось движение частиц, инжектируемых с самыми раз-

личными фазами на оси симметрии в достаточно широком интервале в центре ГП ( $x_0 = y_0 = 0$ ), а также в плоскости сужения ГП ( $z_0 = 0$ ). Из большого количества полученных графиков рассмотрим лишь некоторые.

На рис. 1 показан рост энергии электронов, инжектируемых на оси гауссова пучка (игольчатый сгусток), распределенных на интервале с различными фазами. Видно, что на расстоянии порядка удвоенной рэлеевской длины электроны набирают значительную энергию, при этом ускоренный сгусток не является моноэнергетичным. Максимальная достигаемая электроном энергия слабо зависит от фазы в момент инжекции и в большей мере зависит от резонансного условия: при условии (13) или (14) энергия ускоренной частицы меньше, чем при условии  $\gamma - P_{\parallel} \approx 0$ . Таким образом, наибольшая эффективность ускорения может быть достигнута при инжекции ультрарелятивистского пучка электронов.

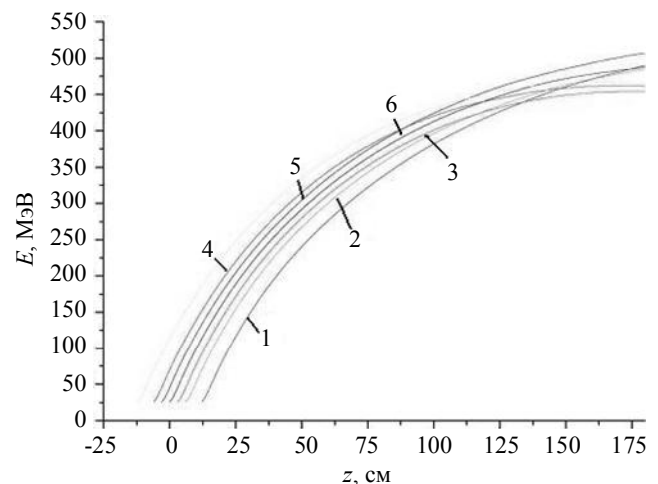


Рис. 1. Набор энергии электронов из сгустка, распределенных на оси симметрии ГП, но инжектированных с различными фазами (кривые 1—6)

На рис. 2 изображен рост энергии отдельных электронов, инжектируемых на разном расстоянии от оси симметрии (до  $1/4 a$ ) в плоскости сужения ГП (сгусток в виде диска). Срединная кривая с набором энергии в 500 МэВ представляет собой усредненную энергию 100 ускоренных электронов с различными фазами. Таким образом, в ускоренном сгустке электроны довольно сильно различаются по набранной энергии.

Анализ траектории ускоренных электронов сгустка показывает, что на расстоянии порядка двух рэлеевских длин проекцией траектории отдельного электрона в поперечной плоскости является окружность, центр которой определяется положением точки инжекции. Если электроны сгустка инжектируются на расстоянии менее  $1/4$  сужения гауссова пучка лазерного излучения, то

ускоренный сгусток принимает форму кольца. Ширина кольца зависит от ширины инжектируемого электронного сгустка.

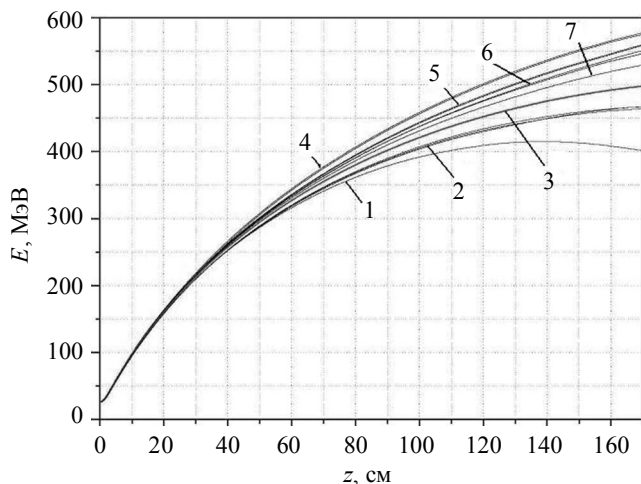


Рис. 2. Энергия электронов из сгустка, первоначально инжектированных в плоскости сужения ГП на разном расстоянии от оси симметрии (кривые 1—7)

На рис. 3 изображены положения большого числа отдельных ускоренных электронов в поперечной плоскости на расстоянии двух рэлеевских длин, инжектируемых с разными фазами в плоскости сужения ГП.

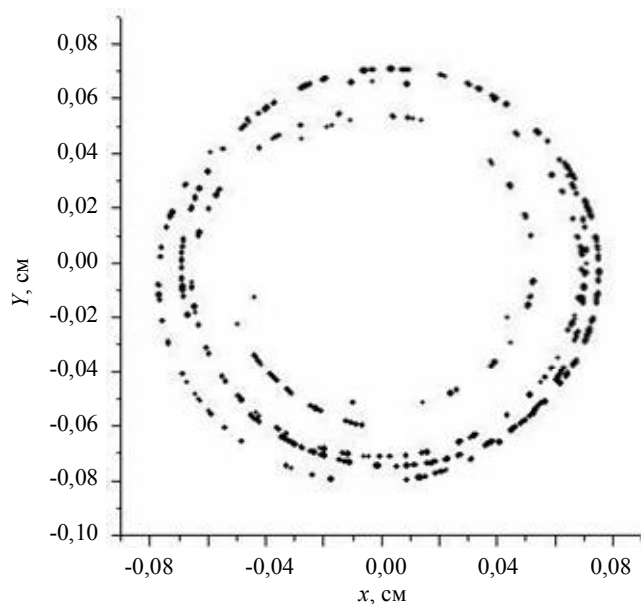


Рис. 3. Положение ускоренных электронов сгустка на расстоянии двух рэлеевских длин, первоначально инжектированных с разными фазами в плоскости сужения ГП

Отчетливо видно, что на этом расстоянии образуется достаточно узкое кольцо ускоренных электронов, энергия которых распределена согласно рис. 2. При этом средний радиус кольца не превышает половины сужения ГП. Протяженность ускоренного кольца определяется длиной инжек-

тируемого электронного сгустка. Так образуется трубчатый пучок. Если ширина инжектируемого сгустка сравнима с сужением ГП ускоряющего лазерного излучения, то на расстоянии в две рэлеевских длины ускоренные электроны не образуют кольца, а распределяются неравномерно по площади круга.

### Заключение

На основе численного решения релятивистских уравнений движения проведен анализ ускорения электронного сгустка лазерным гауссовым излучением низшей моды в режиме циклотронного авторезонанса. Показано, что все частицы, независимо от фаз и положения инжекции, монотонно ускоряются, однако с разным темпом. При ширине инжектируемого сгустка менее  $1/4$  сужения гауссова пучка ускоренный сгусток принимает форму кольца. При большей ширине инжектируемого сгустка кольцо не образуется, а ускоренные электроны неравномерно распределяются по сечению сгустка. Таким образом, форма ускоренного электронного сгустка определяется параметрами инжекции релятивистских электронов.

Расчеты проводились с использованием параметров  $\text{CO}_2$ -лазера. На основе проведенных ранее расчетов можно ожидать, что качественная картина ускорения и образования трубчатого электронного сгустка сохранится и в случае лазеров с другими параметрами. Существенно может измениться энергия ускоренных электронов и средняя энергия сгустка.

Рассмотренный метод генерации трубчатого вращающегося пучка релятивистских электронов может использоваться наряду с другими методами [15].

Авторы благодарны А. М. Умнову за помощь в работе.

Работа (частично) проведена в рамках реализации ФЦП "Научные и педагогические кадры инновационной России на 2009—2012 гг.", а также поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 10-02-01302).

### Литература

1. Коломенский А. А., Лебедев А. Н. // ДАН СССР. 1962. Т. 145. С. 1251. ЖЭТФ. 1963. Т. 44(1). С. 261.
2. Давыдовский В. Я. // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. № 3. С. 886.

3. Милантьев В. П. // УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 3.
4. Воробьев А. А. и др. // Атомная энергия. 1967. Т. 22. № 1. С. 3.
5. Jory H. R., Trivelpiece A. N. // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. No. 7. P. 3053.
6. Shpitalnik R., Cohen C. et al. // Ibid. 1991. V. 70. No. 3. P. 1101.
7. Протасевич Е. Т. // ЖТФ. 1995. Т. 65. С. 133.
8. Andreev V. V., Umnov A. M. // Physica Scripta. 1991. V. 43. P. 490.
9. Hirshfield J. L., Wang C. // Phys. Rev. E. 1998. V. 57. P. 7184; Ibid. 2000. V. 61. P. 7252.
10. Милантьев В. П., Шаар Я. // ЖТФ. 2000. Т. 70. № 8. С. 100.
11. Милантьев В. П., Шаар Я. Н. // Прикладная физика. 2002. № 5. С. 23.
12. Милантьев В. П., Степина С. П. // ЖТФ. 2005. Т. 75. № 9. С. 95.
13. Милантьев В. П., Степина С. П. // ВАНТ. Серия: Термояд. синтез. 2010. Вып. 1. С. 68.
14. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. — М.: Наука, 1990.
15. Азарян Н. С., Баренгольц С. А., Доля С. Н., Месяц Г. А., Перельштейн Э. А. // ЖТФ. 2010. Т. 80. № 4. С. 126.

## Autoresonant laser acceleration of the electron bunch

V. P. Milantiev, S. P. Stepina  
Russian University of People's Friendship,  
6 Mikluho-Maklay str., Moscow, 117198, Russia  
E-mail: vmilantiev@sci.pfu.edu.ru

*The autoresonant acceleration of a relativistic electron beam injected near focal point of the laser radiation of the main mode is considered. It is shown that a tubular electron beam is generated at the distance of the order of twice Rayleigh length. The width of the beam and the average energy depend on the conditions of injection.*

PACS 52.65.Cc

*Keywords:* cyclotron autoresonance, acceleration, laser Gaussian radiation, relativistic electrons, tubular beam.

Bibliography — 15 references.

Received June 20, 2011