

УДК 537.533

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМГНИТНЫХ ПОЛЯХ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ АБЕРРАЦИЙ

В. Г. Дробот, М. А. Монастырский, М. Я. Щелев
Институт общей физики РАН, Москва, Россия

Продемонстрирована возможность численного анализа электродинамических и электронно-оптических характеристик периодических электродинамических структур путем построения конечно-разностного решения краевой задачи на собственные значения для уравнения Гельмгольца и расчета траекторий в найденном поле абберрационными методами. Проведены тестовые расчеты периодической системы "гребенка" и исследованы ее свойства как системы развертки электронных пучков. Показано, что максимальная чувствительность к отклонению реализуется в случае, когда скорость электронного пакета близка к фазовой скорости волны, но не совпадает с ней. Полученные результаты указывают методический подход к прямому расчету трехмерных периодических систем.

Настоящая работа посвящена численному моделированию нерелятивистских электронных пучков в отклоняющих системах с бегущей волной. Подобные системы используются в осциллографах и времяанализирующих электронно-оптических преобразователях (ЭОП) благодаря большому (порядка нескольких гигагерц) рабочему диапазону частот.

В осциллографах отклонение электронного пучка применяется для исследования сигнала, подаваемого на вход прибора. Одна из простейших систем отклонения — пара параллельных пластин, на которые подается переменное напряжение, пропорциональное амплитуде исследуемого сигнала. Однако из-за небольшой

полосы пропускания такая система не позволяет исследовать сигналы короткой длительности. Как известно, чем меньше длительность сигнала, тем шире его спектр, а следовательно, тем шире должна быть полоса пропускания отклоняющей системы, чтобы достаточно короткий сигнал проходил с минимальным искажением. При этом очень важно обеспечить минимальный спад амплитудно-частотной характеристики системы в возможно более широком диапазоне частот.

Во время анализирующих электронно-оптических преобразователях, применяемых для исследования быстропротекающих процессов, отклоняющие системы с бегущей волной используются для эффективной развертки электронного изображения. Важное преимущество систем с бегущей волной состоит в том, что они обеспечивают хорошее согласование во времени отклоняющего электромагнитного поля с электронным пучком и позволяют повысить скорость развертки, а следовательно, и временное разрешение.

В качестве отклоняющей системы с бегущей волной могут применяться периодические замедляющие системы. На рис. 1—3 схематически изображены некоторые из таких систем. Интерес к периодическим замедляющим системам возник в конце 40-х годов в связи с изобретением Пирсом [1] трубки с бегущей волной. Подобные системы применяются также в усилителях и генераторах электромагнитных колебаний, принцип действия которых состоит во взаимодействии электронного пучка с медленной электромагнитной волной.

При компьютерном моделировании электродинамических и электронно-оптических характеристик отклоняющих систем возникают две основные задачи: 1 — расчет электромагнитного поля системы; 2 — расчет электронных траекторий пучка.

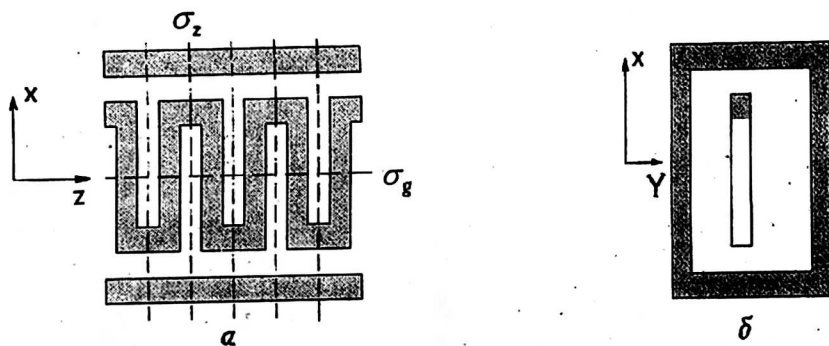


Рис. 1. Замедляющая система "меандр":

а — сечение системы плоскостью XZ (вертикальные пунктирные линии — плоскости симметрии $\{\sigma_z\}$, горизонтальная пунктирная линия — скользящая плоскость симметрии σ_g); б — сечение системы плоскостью σ_z

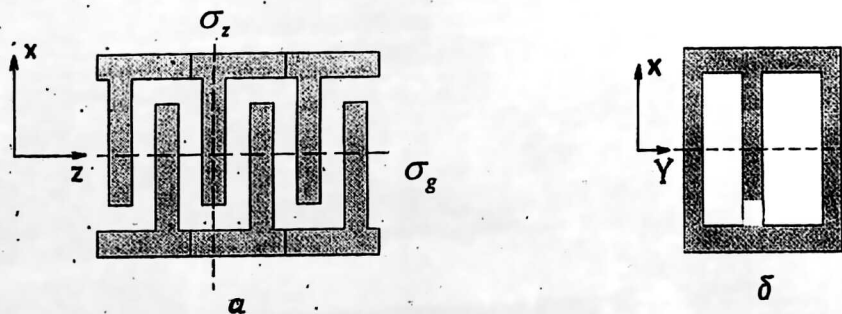


Рис. 2. Замедляющая система типа "встречные штыри":

а — сечение системы плоскостью XZ (вертикальные пунктирные линии — плоскости симметрии $\{\sigma_z\}$, горизонтальная пунктирная линия — скользящая плоскость симметрии σ_g); б — сечение системы плоскостью σ_z

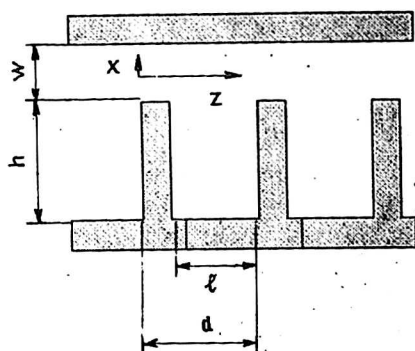


Рис. 3. Замедляющая система "гребенка"; w, h, d, l — геометрические параметры

Расчету периодических замедляющих систем посвящено достаточно большое количество публикаций, в основе которых лежит применение приближенных модельных подходов, в частности, большое распространение получил метод многопроводных линий (или пространственных гармоник), предложенный Флетчером для анализа системы типа "встречные штыри" [2] и в последствии развитый Леблоном и Мурье [3].

Следует отметить, что метод многопроводных линий, применимый к системе, состоящей из набора параллельных проводников, основан на предположении, что вдоль этих проводников распространяется ТЕМ-волна. Строго говоря, это неверно для систем, неоднородных вдоль направления этих проводников. Именно такими неоднородными системами являются системы "меандр" и "встречные штыри".

Другой метод, основанный на введении эквивалентной схемы, состоящей из отрезков длинных линий, представлен в работе [4]. В монографии [5] анализируются характеристики замедляющих систем, а также методы многопроводных линий и построения эквивалентных электрических схем расчета замедляющих систем. В работе [6] излагается и обосновывается методика экспериментального измерения электрических характеристик электромагнитных замедляющих систем.

Использовать периодическую замедляющую систему с бегущей волной для отклонения электронов в осциллографе было предложено Пирсом [7]. Система отклонения состояла из четырех пластин, соединенных индуктивностями, т. е. представляла собой систему с сосредоточенными параметрами. Вдоль такой системы распространялась волна со скоростью $0,089 c$ (c — скорость света). В статье [8] описана осциллографическая электронно-лучевая трубка со спиральной замедляющей системой. Меандровая отклоняющая система предложена и проанализирована методом многопроводных линий в работе [9], а в монографии [10] подробно рассмотрены спиральные замедляющие и отклоняющие системы и некоторые методы их расчета.

В целом, анализ литературы показывает, что современные численные методы электродинамики весьма слабо применяются для расчета периодических замедляющих структур. Цель данной работы — показать возможность расчета электродинамических и электронно-оптических характеристик таких структур путем решения краевой задачи на собственные значения численными разностными методами и расчета траектории в найденном поле абберрационными методами.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Сформулируем принципиальную постановку задачи расчета поля в периодической электродинамической системе. Предположим, что система периодична и бесконечна вдоль оси z . Будем использовать комплексную форму уравнений электродинамики. Пусть поля гармонически зависят от времени, т. е.

$\bar{E}(x, y, z, t) = \bar{E}(x, y, z) \exp(i \omega t)$ и $\bar{H}(x, y, z) = \bar{H}(x, y, z) \exp(i \omega t)$. Тогда, как известно, комплексные амплитуды удовлетворяют однородному уравнению Гельмгольца

$$\begin{aligned} \Delta \bar{E} + k^2 \bar{E} &= 0; \\ \Delta \bar{H} + k^2 \bar{H} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$, ω — циклическая частота колебаний; c — скорость света в вакууме.

Предположим, что граница системы является идеальным проводником и, следовательно, выполняются известные граничные условия для тангенциальной компоненты вектора \bar{E} и нормальной компоненты вектора \bar{H}

$$\bar{E}_\tau = 0, \quad \bar{H}_n = 0. \quad (2)$$

Учитывая эти граничные условия и уравнения Максвелла, нетрудно получить граничные условия для нормальных производных нормальной компоненты вектора \bar{E} и тангенциальной компоненты вектора \bar{H} :

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial n} = -\bar{E} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right); \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{H}_\tau}{\partial n} = \bar{\tau}_1 \frac{H_{\tau_1}}{R_1} + \bar{\tau}_2 \frac{H_{\tau_2}}{R_2},$$

где R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны поверхности;

$\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2$ — единичные касательные векторы, задающие направления линий кривизны;

H_{τ_1}, H_{τ_2} — проекции вектора \bar{H} на направления линий кривизны.

Важное свойство периодических структур выражает теорема Флоке:

$$\bar{E}(x, y, z) = \exp(-i \frac{\phi}{d} z) \bar{E}_0(x, y, z);$$

$$\bar{H}(x, y, z) = \exp(-i \frac{\phi}{d} z) \bar{H}_0(x, y, z),$$

где d — период структуры, функции \bar{E}_0 и \bar{H}_0 имеют период d по координате z ; при перемещении на период поле приобретает сдвиг фаз ϕ . Сдвиг фаз определяет замедление $n = \frac{\phi}{kd}$, а следовательно, и фазовую скорость волны

$$v_\phi = \frac{c}{n} = \frac{kd}{\phi} c.$$

Из [4] следует, что значение полей \bar{E} и \bar{H} в произвольных плоскостях $z = z^*$ и $z = z^* + d$ связаны соотношениями

$$\begin{aligned}\bar{E}(x, y, z^{*+d}) &= \exp(-i\varphi) \bar{E}(x, y, z^*); \\ \bar{H}(x, y, z^{*+d}) &= \exp(-i\varphi) \bar{H}(x, y, z^*).\end{aligned}\quad (4)$$

Отсюда вытекает, что в рассматриваемой периодической структуре достаточно определить поле только в произвольной ячейке системы длиной d вдоль оси z . Определению подлежат не только электромагнитное поле, но и частота колебаний ω , поэтому получаем две независимые задачи на собственные значения для векторов \bar{E} и \bar{H} : для некоторого фиксированного значения сдвига фаз φ (т. е. для некоторого значения фазовой скорости) найти собственные функции оператора Лапласа (и соответствующие им собственные числа), удовлетворяющие общим граничным условиям (2) и (3) на границе периодической структуры и дополнительному условию (4) на границах $z = z^*$ и $z = z^* + d$ ячейки.

Это можно решить численно конечно-разностными методами. При численном решении рассматриваемая задача сводится к алгебраической задаче на собственные значения:

$$Au = \Lambda u,$$

где $\Lambda = -k^2 = -\frac{\omega^2}{c^2}$, а структура матрицы A определяется способом конечно-разностной аппроксимации оператора Лапласа в (1), геометрией системы и граничными условиями на ячейке.

В работе применяется степенной алгоритм вычисления минимального собственного числа и соответствующего собственного вектора матрицы [11], который состоит в следующем.

Предположим, что все собственные значения матрицы A вещественны, неотрицательны и пронумерованы в порядке возрастания ($\lambda_1 < \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \dots \leq \lambda_N$).

Посмотрим последовательность векторов

$$x^n = A^{-1} x^{n-1} = A^{-n} x^0, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где x^0 — некоторое начальное приближение.

Разложим вектор x^0 в ряд по собственным векторам z_i : $x^0 = a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_N z_N$, где $a_i = (x^0, z_i)$ — скалярное произведение. Тогда для n -го вектора последовательности получим $x^n = v_1^n a_1 z_1 + v_2^n a_2 z_2 + \dots + v_N^n a_N z_N$, $v_i = \lambda_i^{-1}$. Если начальный вектор не является ортогональным к первому собственному вектору, т. е. $a_1 \neq 0$, и если j -е компоненты z_1 и x^n ненулевые, то будем иметь

$$\frac{x_j^{n+1}}{x_j^n} = v_1 [1 + O(\frac{v_2^n}{v_1^n})].$$

Таким образом, если через $v_1^{(n)}$ обозначить отношение любых одинаковых линейных комбинаций компонент векторов x^{n+1} , x^n , то при $n \rightarrow \infty$ получаем $v_1^{(n)} \rightarrow v_1$. Очевидно, что в этом случае вектор x^n стремится к первому собственному вектору. Относительная погрешность компонент составляет при этом

величину $O = \left(\frac{v_2^{(n)}}{v_1^{(n)}}\right)$. В процессе реализации степенного метода итерации ведутся до

выполнения неравенства $\left|v_1^{(n)} - v_1^{(n-1)}\right| < \varepsilon$ при достаточно малой величине ε .

Нахождение следующего приближения по формуле (5) требует вычисления матрицы A^{-1} , что эквивалентно решению линейной системы уравнений

$$Ax^{n+1} = x^n.$$

При большом порядке матрицы N для решения этой задачи обычно применяют итерационные методы. В данной работе используется итерационный многосеточный метод Федоренко [12], являющийся одним из самых эффективных разностных методов решения краевых задач для эллиптических уравнений.

С учетом условий Флокэ (4) нетрудно показать, что на диагонали матрицы A расположены две квадратные матрицы, каждая из которых ответственна за соответствующую (действительную или мнимую) часть комплексной компоненты поля. Эти матрицы слабо отличаются одна от другой, а при значении сдвига фазы ϕ , кратном 2π , они совпадают. В этом случае все собственные числа матрицы A двукратно вырождены и представляют собой собственные числа диагональных матриц. При ненулевых значениях ϕ вырождение исчезает, но спектр матрицы A состоит из пар близких значений. Отсюда вытекают некоторые особенности, которые следует иметь в виду при применении степенного метода к расчету полей периодических структур: во-первых, количество уравнений относительно значений компонент поля в точках коллокаций (как и количество неизвестных) вдвое больше числа точек разбиения области; во-вторых, сходимость степенного метода может ухудшаться из-за близости собственных значений.

АБЕРРАЦИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Рассмотрим движение электронов в области электромагнитного поля, пренебрегая собственным зарядом и током пучка. Произвольная траектория удовлетворяет уравнение Лоренца

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{e}{m} \{ \vec{E}(\vec{r}, t) + [\dot{\vec{r}} \vec{B}(\vec{r}, t)] \} \tag{6}$$

с начальными условиями

$$\vec{r}(0) = \vec{r}_0, \dot{\vec{r}}(0) = \vec{V}_0. \tag{7}$$

В общем случае можно считать, что траектория электрона зависит от времени и начальных параметров, которые мы обозначаем вектором $\vec{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$. Без ограничения общности будем предполагать эти параметры малыми. Разложим траекторию электрона по степеням параметров μ_i

$$\vec{r}(t, \mu) = \vec{r}(t, 0) + \sum_{i=1}^n \bar{r}_i \mu_i + \frac{1}{2!} \sum_{i,j=1}^n \bar{r}_{ij} \mu_i \mu_j + \frac{1}{3!} \sum_{i,j,k=1}^n \bar{r}_{ijk} \mu_i \mu_j \mu_k + \dots,$$

$$\bar{r}_i = \left. \frac{d\bar{r}}{d\mu_i} \right|_{\substack{\bar{\mu}=0 \\ t=\text{const}}}, \quad \bar{r}_{ij} = \left. \frac{d^2\bar{r}}{d\mu_i d\mu_j} \right|_{\substack{\bar{\mu}=0 \\ t=\text{const}}}, \quad \bar{r}_{ijk} = \left. \frac{d^3\bar{r}}{d\mu_i d\mu_j d\mu_k} \right|_{\substack{\bar{\mu}=0 \\ t=\text{const}}}$$

Функция $\bar{r}(t, 0)$ описывает траекторию электрона, для которого все начальные параметры равны нулю. Такая траектория называется опорной или главной. Коэффициенты этого разложения $\bar{r}_i, \bar{r}_{ij}, \bar{r}_{ijk}, \dots$ (так называемые τ -вариации) представляют собой производные траектории по параметрам μ_i в точке $\bar{\mu} = 0$, вычисленные при $t = \text{const}$, и являются функциями времени.

Уравнения для τ -вариаций получим, дифференцируя уравнения Лоренца по параметрам и полагая $\bar{\mu} = 0$:

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{r}}_i &= -\frac{e}{m} \left\{ (\bar{E}_\alpha + [\dot{\bar{r}} \bar{B}_\alpha]) r_i^\alpha + [\dot{\bar{r}}_i \bar{B}] \right\}; \\ \ddot{\bar{r}}_{ij} &= -\frac{e}{m} \left\{ (\bar{E}_{\alpha\beta} + [\dot{\bar{r}} \bar{B}_{\alpha\beta}]) r_i^\alpha r_j^\beta + (\bar{E}_\alpha + [\dot{\bar{r}} \bar{B}_\alpha]) r_{ij}^\alpha + [\dot{\bar{r}}_i \bar{B}] r_j^\alpha + \right. \\ &\quad \left. + [\dot{\bar{r}}_j \bar{B}_\alpha] r_i^\alpha + [\dot{\bar{r}}_{ij} \bar{B}] \right\}; \\ \ddot{\bar{r}}_{ijk} &= -\frac{e}{m} \left\{ (\bar{E}_{\alpha\beta\gamma} + [\dot{\bar{r}} \bar{B}_{\alpha\beta\gamma}]) r_i^\alpha r_j^\beta r_k^\gamma + (\bar{E}_{\alpha\beta} + [\dot{\bar{r}} \bar{B}_{\alpha\beta}]) \times \right. \\ &\quad \times (r_i^\alpha r_{jk}^\beta + r_j^\alpha r_{ik}^\beta + r_k^\alpha r_{ij}^\beta) + (\bar{E}_\alpha + [\dot{\bar{r}} \bar{B}_\alpha]) r_{ijk}^\alpha + [\dot{\bar{r}}_i \bar{B}_{\alpha\beta}] r_j^\alpha r_k^\beta + \\ &\quad + [\dot{\bar{r}}_j \bar{B}_{\alpha\beta}] r_i^\alpha r_k^\beta + [\dot{\bar{r}}_k \bar{B}_{\alpha\beta}] r_i^\alpha r_j^\beta + [\dot{\bar{r}}_{ij} \bar{B}_\alpha] r_k^\alpha + [\dot{\bar{r}}_{ik} \bar{B}_\alpha] r_j^\alpha + \\ &\quad \left. + [\dot{\bar{r}}_{jk} \bar{B}_\alpha] r_i^\alpha + [\dot{\bar{r}}_i \bar{B}_\alpha] \dot{\bar{r}}_{jk}^\alpha + [\dot{\bar{r}}_j \bar{B}_\alpha] \dot{\bar{r}}_{ik}^\alpha + [\dot{\bar{r}}_k \bar{B}_\alpha] \dot{\bar{r}}_{ij}^\alpha + [\dot{\bar{r}}_{ij} \bar{B}] \dot{\bar{r}}_{jk}^\alpha \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнениях (8) вектор r^α ($\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$); $\dot{\bar{r}}_i$ векторов поля нижний индекс обозначает производную по соответствующей координате, т. е.

$$\bar{E}_\alpha = \left(\frac{\partial E_x}{\partial r^\alpha}, \frac{\partial E_y}{\partial r^\alpha}, \frac{\partial E_z}{\partial r^\alpha} \right); \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n; \quad \text{индекс обозначаемый буквой латинского алфавита, соответствует производной по параметру; повторяющийся индекс греческого алфавита обозначает суммирование по нему от 1 до 3 (т. е. все греческие индексы "немые").$$

Значение поля и всех производных берутся при $\bar{\mu} = 0$. Начальные условия для τ -вариаций можно получить, дифференцируя по параметрам начальные условия для уравнения Лоренца (6). Впервые изложенный метод был предложен в работе [13].

В ряде случаев необходимо знать коэффициенты аббераций как функции координаты z , вдоль которой движется электронный пучок. Переход от τ -вариаций к z -вариациям (производным траектории по параметрам при $z = \text{const}$) происходит по несложным алгебраическим формулам [13, 14].

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Численный расчет характеристик отклоняющей системы с помощью изложенных выше методов продемонстрируем на примере периодической замедляющей системы "гребенка" (см. рис. 3), однородной вдоль оси y , перпендикулярной к плоскости рисунка. В "гребенке" возможны волны двух типов: LE и LM [15]. Для волны LE, от нуля отличны только одна компонента магнитного поля H_y и компоненты электрического поля E_x и E_z ; для волны LM отличны от нуля компоненты E_y , H_x и H_z . Если система используется для отклонения электронного пучка, то интерес представляет только волна типа LE. При этом компоненты электрического поля выражаются через производные H_y следующим образом

$$E_x = \frac{i \omega \mu_0}{k^2} \frac{\partial H_y}{\partial z};$$

$$E_z = -\frac{i \omega \mu_0}{k^2} \frac{\partial H_y}{\partial x};$$

$$E_y = 0; H_x = 0; H_z = 0.$$

Следовательно, для полного определения поля в рассматриваемой системе достаточно решить краевую задачу только для компоненты H_y , удовлетворяющей двумерному уравнению Гельмгольца

$$\Delta_{xz} H_y + k^2 H_y = 0.$$

Электромагнитное поле может иметь гармоническую зависимость от переменной y , что соответствует распространению волны в некотором направлении в плоскости xz , однако нас интересует только случай, когда волна распространяется строго вдоль оси z (так называемый критический режим).

Поле "гребенки" было рассчитано указанным выше методом для следующих геометрических размеров: $d = w = 2$ мм, $b = 4$ мм, $l = 1$ мм (см. рис. 3). Расчетная область покрывалась равномерной сеткой, содержащей 1080 узлов. Вспомогательная сетка, применяемая в многосеточном методе Федоренко, имела в три раза меньший шаг, т. е. 104 узла. Итерации по нахождению собственных чисел в соответствии с (5) прекращались, когда $n - e$ и $(n + 1) - e$ приближения собственного значения отличались менее чем на 1%.

На рис. 4 изображена компонента B_y магнитного поля. После численного дифференцирования магнитного поля в соответствии с (7), было получено распределение компонент электрического поля (рис. 5). Из рис. 5 видно, что полученная функция E_x является достаточно гладкой всюду, кроме окрестностей изломов границы, где электрическое поле должно стремиться по амплитуде к бесконечности. Однако в рассматриваемом случае большого значения характер поведения поля вблизи особых точек границы не имеет, так как нас интересует действие поля на электронный пучок, который движется вдали от них.

Решая задачу для разных значений сдвига фаз, можно построить зависимость частоты колебания от сдвига фаз, т. е. дисперсионную характеристику системы (рис. 6). Для сравнения на рис. 6 приведены дисперсионные кривые, полученные методами приближения одной волны [15] и эквивалентным статическим [16].

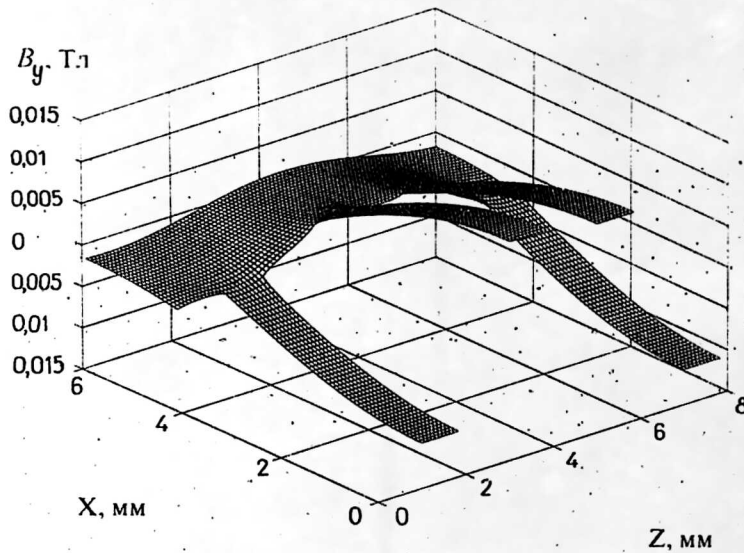


Рис. 4. Компонента B_y магнитного поля в "гребенке" (для волны типа LE).
Период системы $d = 2$ мм, высота "барьеров" $h = 4$ мм. Сдвиг фаз на периоде $\varphi = \pi / 2$,
собственная частота $f = 16$ ГГц

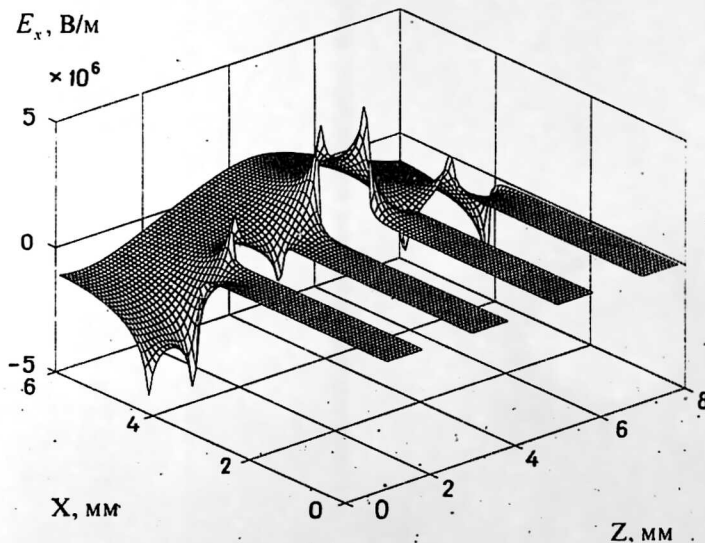


Рис. 5. Отклоняющая компонента E_x электронного поля в "гребенке"
(для волны типа LE). Период системы $d = 2$ мм, высота
"барьеров" $h = 4$ мм. Сдвиг фаз на периоде $\varphi = \pi / 2$,
собственная частота $f = 16$ ГГц

Найденное поле было использовано для моделирования движения электронного пучка в поле бегущей волны в "гребенке" с помощью теории аббераций (рис. 7).

Для анализа отклоняющих свойств системы "гребенка" был проведен следующий численный эксперимент. В отклоняющую систему, содержащую пять периодов (10 мм), входит конический электронный пучок, который в отсутствии отклоняющей системы сфокусирован на плоский экран, отстоящий от центра отклонения на 115 мм. Зависимость отклонения пучка на экране от его энергии представлена на рис. 8, из которого видно, что отклонение максимально, когда скорость электронного пакета близка к фазовой скорости волны, но не совпадает

с ней. Это становится понятным, если проанализировать распределение отклоняющей компоненты электрического поля, наиболее ответственной за отклонение, в различные моменты времени в сечении $x = 0$ (рис. 9). Видно, что при распространении волны происходит деформация фронта. Пусть электрон влетает в поле со скоростью, равной фазовой скорости волны, в момент времени, когда отклоняющее поле максимально. Тогда, благодаря деформации волны через некоторое время на него уже действует меньшее поле.

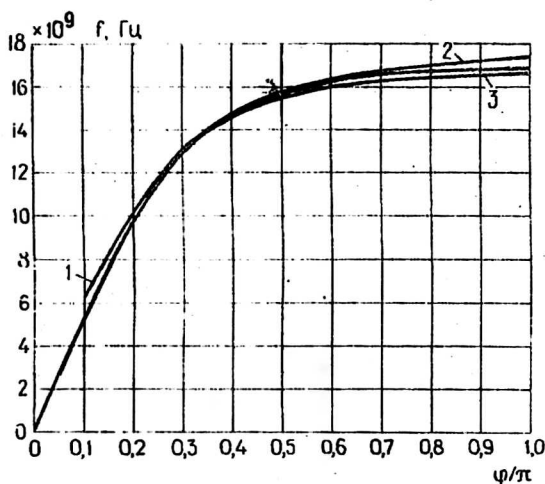


Рис. 6. Дисперсионная характеристика замедляющей системы "гребенка":
 1 — прямой численный расчет; 2 — расчет в приближении одной волны;
 3 — расчет эквивалентным статическим методом (геометрические параметры "гребенки": $h = w = d = 2$ мм, $l = 1$ мм)

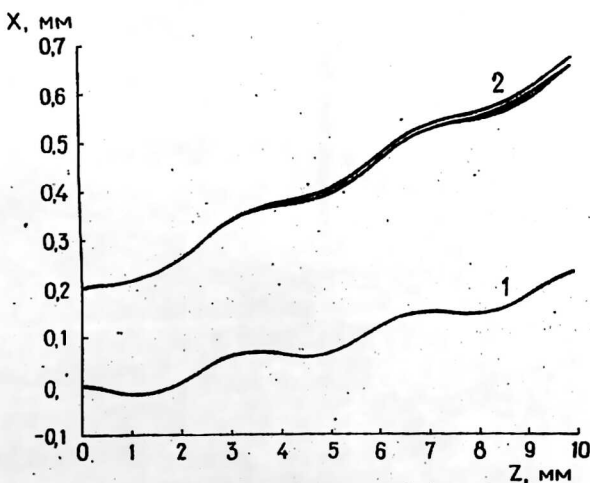


Рис. 7. Траектории электронов в поле бегущей волны в системе "гребенка":
 1 — главная траектория; скорость $V_0 = 0,12$ с (3,6 кэВ); фазовая скорость волны $V_\phi = 0,36$ с ($\phi = 0,6 \pi$); 2 — возмущенные траектории, полученные (сверху вниз) численным решением уравнения Лоренца, разложением в ряд с учетом второго и первого порядков (значение малых параметров $x_0 = 0,2$ мм, $\delta V_x = \delta V_z = 3,6 \cdot 10^{-3}$ с (3,3 эВ))

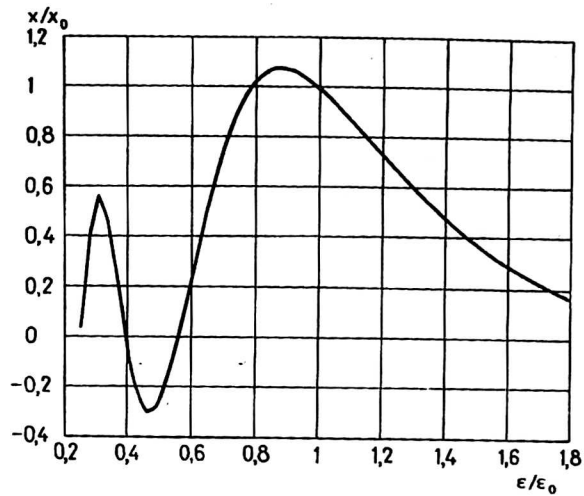


Рис. 8. Относительное отклонение электронного пучка на экране в зависимости от начальной энергии электронов; $\epsilon_0 = 33$ кэВ — энергия электронов, движущихся со скоростью, равной фазовой скорости волны; x_0 — отклонение электронов с энергией ϵ_0

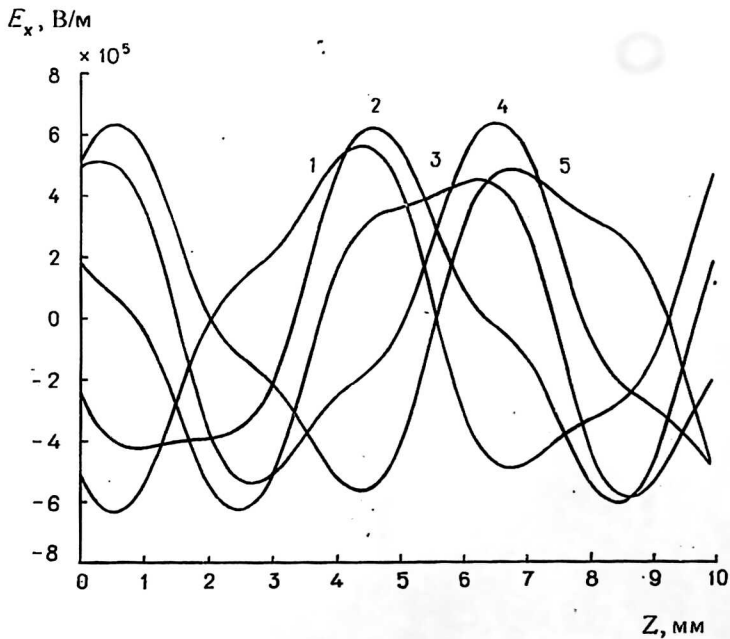


Рис. 9. Отклоняющая компонента E_x электрического поля в "гребенке"

в различные моменты времени (для волны типа LE):

1 — $t = 0$; 2 — $t = T/8$; 3 — $t = T/4$; 4 — $t = 3T/8$; 5 — $t = T/2$, где T — период колебаний. Период системы $d = 2$ мм; высота "барьеров" $h = 4$ мм; сдвиг фаз на периоде $\varphi = 0,6\pi$; собственная частота $f = 16,3$ ГГц, $T = 61,3$ пс

С помощью метода t -вариаций была вычислена скорость развертки как производная координаты, по которой производится развертка, по начальному времени вхождения пучка в отклоняющую систему. Из рис. 10 видно, что скорость развертки $\frac{\partial x}{\partial t_0}$ сильно зависит от времени вхождения t_0 пучка в пространство отклонения, и при некоторых значениях t_0 скорость развертки может достигать трех скоростей света.

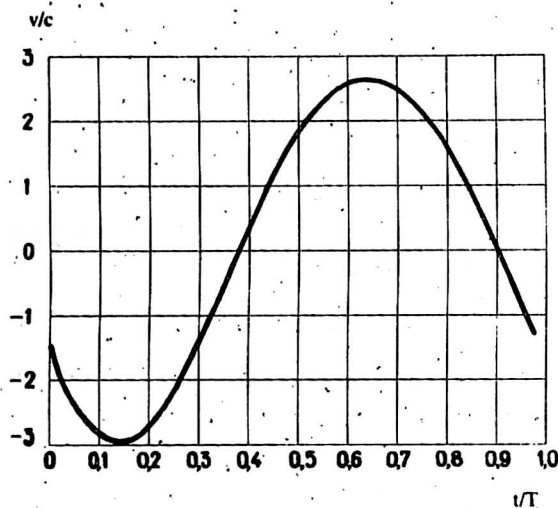


Рис. 10. Скорость развертки электронного пучка на экране в зависимости от времени вхождения пучка в отклоняющую систему. Длина отклоняющей системы 10 мм (5 периодов "гребенки"); расстояние от центра отклонения до экрана 115 мм; $T = 61,3$ пс — период колебания поля; c — скорость света

Выводы

1. Уравнения метода t -вариаций обобщены на случай произвольных нестационарных электромагнитных полей.
2. На основе анализа общих свойств периодических замедляющих систем построен разностный аналог краевой задачи для уравнения Гельмгольца в виде алгебраической задачи на собственные значения.
3. Проведены тестовые расчеты периодической системы "гребенка". Полученная дисперсионная характеристика с погрешностью порядка 1—2 % совпала с дисперсионными характеристиками, рассчитанными другими методами. Детально исследованы свойства отклоняющей системы "гребенка", в том числе нелинейность развертки. Показано, что максимальная чувствительность к отклонению реализуется в случае, когда скорость электронного пакета близка к фазовой скорости волны, но не совпадает с ней.
4. Полученные результаты показывают возможность эффективного расчета электродинамических и электронно-оптических характеристик периодических замедляющих систем на основе разностных методов и указывают подход к прямому численному расчету трехмерных периодических систем.

Литература

1. Pierce J. R. Theory of beam-type traveling-wave tube: Proc. I. R. E.; Feb. 1947. V. 35. P. 111—123.
2. Fletcher R. C. A broad-band interdigital circuit for use in traveling-wave-tube amplifiers: Proc. I. R. E. Aug., 1952. V. 40. P. 951—958.
3. Leblond A., Mourier G. Etude des lignes à barreaux à structure périodique pour tubes électroniques U.H.F. Annales de Radioelectricite. — Paris, 1954. V. 9. № 36, 38.
4. Белянцев А. М., Гапонов А. В., Загрядский Е. В. Замедляющая система типа "встречные штыри" для усилителей с бегущей волной // Радиотехника и электроника, 1956. Т. 4. № 3. С. 505—516.
5. Тараненко З. И., Трохименко Я. К. Замедляющие системы: Киев: Техніка, 1965.
6. Электромагнитные замедляющие системы: Тр. МАИ, 1960. Вып. 125. — М.: Оборонгиз.
7. Pierce J. R. Travelling-wave oscilloscope // Nov. 1949. Electronics. V. 22. P. 97—99.

8. Germeshausen K. J., Goldberg S., and McDonald D. F. A high-sensitivity cathode-ray tube for millimicrosecond transients, IRE Trans// Electron Devices, Apr. 1957. V. ED-4. P. 152—158.
9. Yamada I., Takagi T. A new type of travelling-wave deflection system, IEEE Trans// Electron Devices, Feb. 1972. V. ED-19. No 2. P. 204—213.
10. Вайнорис З., Кирвайтис Р., Штарас С. Электродинамические задерживающие и отклоняющие системы: Вильнюс: Мокслас, 1986.
11. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики: М.: Наука, 1985.
12. Федоренко Р. П. Релаксационный метод решения разностных эллиптических уравнений // ЖВМиМФ, 1961. Т. 1. № 5.
13. Монастырский М. А., Щелев М. Я. Теория временных aberrаций катодных линз.: Препринт АН СССР / Физический институт. № 128. М., 1980.
14. Колесников С. В., Монастырский М. А. Общая теория пространственных и временных aberrаций в катодных линзах со слабо нарушенной осевой симметрией // ЖТФ, 1983. Т. 53. № 9.
15. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. М.: Советское радио, 1966.
16. Белуга И. Ш. Расчет резонаторных замедляющих систем эквивалентным статическим методом // Известия вузов. Сер. Радиофизика, 1961. Т. 4. № 4. С. 689 — 702.

NUMERICAL MODELING OF NONRELATIVISTIC ELECTRON BEAMS IN NON-STATIONARY ELECTROMAGNETIC FIELDS BASED ON ABERRATION THEORY

V. G. Drobot, M. A. Monastyrsky, M. Ya. Schelev

General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Electrodynamic and electron-optical properties of periodic slow-wave structures can be calculated by finite-difference methods. It includes numerical determination of Laplacian eigen-values and eigen-functions which satisfy certain boundary conditions and aberration theory based calculation of electron trajectories in the found field. Test calculations of the comb structure were held and its deflection properties were investigated. It is shown that maximum deflection sensitivity is reached when the electron beam velocity and the wave phase velocity are approximately equal but do not coincide. The obtained results give the approach to numerical calculation of three-dimensional periodic slow-wave structures.