

УДК 539.186.2

Тормозное излучение нерелятивистских электронов, пронизывающих многослойную упорядоченную систему кулоновых центров при наличии внешнего электрического поля

В.И. Крылов, В.В. Хомяков

В борновском приближении найдены дифференциальные сечения тормозного излучения электронов, проходящих через многослойную упорядоченную структуру кулоновых центров, находящихся во внешнем электрическом поле. Показано, что пространственная структура тормозного излучения имеет по сравнению с малым (порядка десяти) числом слоев более сложный осцилляционный характер, связанный с интерференцией электронов при отражении их от потенциального барьера внешнего однородного поля и суперпозицией их движений в кулоновом и однородном поле.

PACS: 79.20.Rf

Ключевые слова: тормозное излучение, дифференциальное сечение, внешнее поле, упорядоченные слои кулоновых центров, интерференция электронов, суперпозиция движений, пространственная осцилляция.

Введение

Исследования, проведенные в работах [1–4], показали, что при прохождении электронов через упорядоченный монослой кулоновых центров, находящихся в однородном электрическом поле, в структуре сечения тормозного излучения возникают дополнительные элементы, связанные с суперпозицией движений рассеянных частиц в кулоновом и внешнем полях. Очевидно, что для экспериментальной проверки таких эффектов или их прикладного использования (в постановке задачи работ [1–4]) необходимо рассматривать тормозное излучение падающих частиц не на один (ортогональный к внешнему полю) слой рассеивающих центров, а на структуру, состоящую из достаточно большого числа таких слоев, причем не нуждающуюся в подложке (в отличие от монослоя). В работе [5] такая попытка была сделана, но использованный в ней метод расчета годится только для небольшого числа слоев, а именно, порядка десяти.

В настоящей работе получены дифференциальные сечения тормозного излучения электронов, падающих на потенциальный барьер квазиоднородного электрического поля и рассеивающихся на многослойной упорядоченной системе кулоновых центров.

Постановка задачи

Пусть квазистационарное и квазиоднородное электрическое поле с напряженностью \mathbf{E} находится в полупространстве (используется декартова система координат

$x y z$) $z < L$, где L – определяет z -ю координату границы внешнего поля в виде бесконечной плоскости, к которой \mathbf{E} нормально. Граница поля также является источником моноэнергетического потока электронов, падающих на кулоновые центры, которые находятся в точках пространства с координатами $\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_{n_1, n_2, n_3} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3$, где $n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$; $\mathbf{a}_1 = (a_{1x}, a_{1y}, a_{1z})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{2x}, a_{2y}, a_{2z})$ и $\mathbf{a}_3 = (a_{3x}, a_{3y}, a_{3z})$ – базисные векторы упорядоченной структуры кулоновых центров, на которых рассеиваются электроны; $\mathbf{E} = (0, 0, -E)$.

Взаимодействие электронов с рассеивающими центрами рассматриваем как возмущение.

Невозмущенные волновые функции, описывающие начальное и конечное состояния электронов, выберем в следующем виде (см., например, [1–5]):

$$\Psi_{\mathbf{k}_{i,f}} = A_{i,f} e^{i\mathbf{k}_{i,f} \cdot \mathbf{r}} Ai(-S_{i,f}) / \sqrt{L_x L_y}, \quad (1)$$

где $S_{i,f} = z/l + \varepsilon_{z,i,f} / (|eE|l)$; $l = (\hbar^2 / 2m_e |eE|)^{1/3}$; $\varepsilon_{z,f}, \varepsilon_{z,i}$ – энергии продольного (невозмущенного) движения электрона в однородном поле в конечном и начальном состояниях соответственно; $A_{i,f}$ – постоянные, которые выбираем из условия нормировки $\Psi_{i,f}$ на нормировочный объем

$L_x L_y L$; $\mathbf{k}_{f \perp}$ и $\mathbf{k}_{i \perp}$ – волновые векторы, определяющие поперечный (относительно \mathbf{E}) импульс электронов конечного и начального состояний соответственно;

$$Ai(-S) = [1 / (2\sqrt{\pi})] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i[S\xi - \xi^3 / 3]) d\xi \quad \text{— функция}$$

Эйри, асимптотически стремящаяся к нулю при $S \ll -1$.

Сечение тормозного излучения будем определять в борновском приближении в соответствии с формулой:

$$d\sigma = 2\pi (\hbar j)^{-1} |V_{\phi fi}|^2 \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i) dv, \quad (2)$$

где $\varepsilon_f = (\hbar^2 k_{\perp f}^2) / (2m_e) + \varepsilon_{z,f} + \hbar\omega$, j – плотность потока падающих на рассеивающие центры электронов (на

Крылов Владимир Иванович, профессор.
Тихоокеанский государственный университет.
Россия, 680035, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.
E-mail: krylov_vladimir@mail.ru
Хомяков Владимир Васильевич, аспирант.
Дальневосточный государственный гуманитарный университет.
Россия, 680000, г. Хабаровск, ул. Карла Маркса, 68.
E-mail: rozendetr@bk.ru

границе поля), $\varepsilon_i = (\hbar^2 k_{i\perp}^2) / (2m_e) + \varepsilon_{zi}$; dv – число состояний, в которые переходят излученный фотон и рассеянный электрон, а матричный элемент $V_{\varphi fi}$ взят из работ [1–5], с потенциальной энергией взаимодействия электрона

$$U = - \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \frac{Ze^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n_1, n_2, n_3}|},$$

$N = N_1 N_2$ – число рассеивающих центров в слое, N_3 – число слоев в направлении оси z . Вычисляя матричный

$$d\sigma = \omega \frac{\alpha^3 a^2}{\pi^4 (2E)^{2/3}} \frac{\chi_z}{\chi} L_x L_y \left\{ \left[\frac{\pi^3}{(2E)^{1/3} |k_{\varphi z}|} [\mathbf{nv}]^2 - \frac{Z}{\omega} \frac{2\pi^3}{[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]} \frac{(2E)^{1/6}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\pi}{|k_{\varphi z}|}} \times \right. \right. \quad (3)$$

$$\left. \left. \times \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{j=1}^4 \frac{(-1)^{j+1} 2[\mathbf{nv}][\mathbf{nk}]}{q_{jz} (Ez_{n_3} + \varepsilon_{zi})^{1/4} (Ez_{n_3} + \varepsilon_{zf})^{1/4}} \cos \left(n_3 q_{jz} (\mathbf{a}_3 \mathbf{k}) + \alpha_j + \beta_j + g - \frac{\pi}{4} \frac{k_{\varphi z}}{|k_{\varphi z}|} \right) + \right]$$

$$+ \frac{2\pi^4 Z^2 (2E)^{2/3}}{\omega^2 [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]^2} \sum_{j'=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \frac{(-1)^{j+j'} [\mathbf{nq}_{j'}][\mathbf{nq}_j]}{q_j^2 q_{j'}^2} \times$$

$$\left. \times \exp \left\{ -i \left(n_3' \mathbf{a}_3 \mathbf{q}_{j'} + \beta_{j'} + \alpha_{j'} - n_3 \mathbf{a}_3 \mathbf{q}_j - \beta_j - \alpha_j \right) \right\} / \left((Ez_{n_3} + \varepsilon_{zi})^{1/4} (Ez_{n_3} + \varepsilon_{zf})^{1/4} \times (Ez_{n_3} + \varepsilon_{zi})^{1/4} (Ez_{n_3} + \varepsilon_{zf})^{1/4} \right) \right\} d\omega dO,$$

где $g = \varepsilon_{zf} k_{\varphi z} / E - k_{\varphi z}^3 / (6E) + (2\varepsilon_{zf} - 2\varepsilon_{zi} - k_{\varphi z}^2) / (8Ek_{\varphi z})$, $\mathbf{v} = \mathbf{k}_{i\perp} + (2(\varepsilon_{zi} - \varepsilon_{zf}) + k_{\varphi z}^2) \mathbf{k} / (2k_{\varphi z})$,

$$\alpha_{i,f} = \pi / 4 + (2(\varepsilon_{zi,f} + Ez_{n_3}))^{3/2} / (3E), \quad \beta_{i,f} = z_{n_3} \sqrt{2(\varepsilon_{zi,f} + Ez_{n_3})}, \quad \mathbf{k}_{f,i\pm} = (\mathbf{k}_{f,i\perp} \pm \sqrt{2(\varepsilon_{zf,i} + Ez_{n_3})}), \quad \mathbf{q}_1 = \mathbf{k}_\varphi + \mathbf{k}_{f+} - \mathbf{k}_{i+},$$

$$\mathbf{q}_2 = \mathbf{k}_\varphi + \mathbf{k}_{f+} - \mathbf{k}_{i-}, \quad \mathbf{q}_3 = \mathbf{k}_\varphi + \mathbf{k}_{f-} - \mathbf{k}_{i+}, \quad \mathbf{q}_4 = \mathbf{k}_\varphi + \mathbf{k}_{f-} - \mathbf{k}_{i-}, \quad \alpha_1 = \alpha_f - \alpha_i, \quad \alpha_2 = \alpha_f + \alpha_i, \quad \alpha_3 = -\alpha_f - \alpha_i, \quad \alpha_4 = -\alpha_f + \alpha_i,$$

$$\beta_1 = -\beta_f + \beta_i, \quad \beta_2 = -\beta_f - \beta_i, \quad \beta_3 = \beta_f + \beta_i, \quad \beta_4 = \beta_f - \beta_i, \quad z_{n_3} = n_3 a_{3z}, \quad \varepsilon_{zf} = \mathbf{k}_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi} - \omega - (\mathbf{k}_{i\perp} - \mathbf{k}_{\varphi\perp})^2 / 2,$$

$$k_{fy} = -k_{\varphi y} + k_{iy}, \quad k_{fx} = -k_{\varphi x} + k_{ix}, \quad \mathbf{q}_1 = \mathbf{i}q_x + \mathbf{j}q_y + \mathbf{k} \left(k_{\varphi z} + \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + Ez_{n_3})} - \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n_3})} \right),$$

$$\mathbf{q}_2 = \mathbf{i}q_x + \mathbf{j}q_y + \mathbf{k} \left(k_{\varphi z} + \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + Ez_{n_3})} + \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n_3})} \right), \quad \mathbf{q}_3 = \mathbf{i}q_x + \mathbf{j}q_y + \mathbf{k} \left(k_{\varphi z} - \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + Ez_{n_3})} - \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n_3})} \right),$$

$$\mathbf{q}_4 = \mathbf{i}q_x + \mathbf{j}q_y + \mathbf{k} \left(k_{\varphi z} - \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + Ez_{n_3})} + \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n_3})} \right)$$

где α – постоянная тонкой структуры, $\mathbf{n} = (\sin \theta_\varphi \cos \phi_\varphi, \sin \theta_\varphi \sin \phi_\varphi, \cos \theta_\varphi)$, $k_{zf} = \sqrt{2\varepsilon_{zf}}$, $\varepsilon_{zi} = k_{zi}^2 / 2$,

$dO = \sin \theta_\varphi d\theta_\varphi d\phi_\varphi$ – элемент телесного угла, в котором находится волновой вектор излучаемого фотона.

Анализ результатов

Анализ сечения будем проводить численными методами, строя поверхности $F = d\sigma / (L_x L_y a^2 d\omega dO)$, как функции от θ_φ , ϕ_φ при фиксированных параметрах:

$E = 0,001$, $\omega = 0,008$, $\varphi_i = 0$, $k_i = 20$, $Z = 1$, $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (0, 0, 1)$ и величине угла $\theta_i = 0,504\pi$, определяющего направление падения пучка электронов на слой рассеивающих центров, и с различным числом слоев (к которым \mathbf{E} ортогонально) – $N_3 = 100$, $N_3 = 1$.

На рис. 1 представлена поверхность $F(\theta_\varphi, \phi_\varphi)$ на интервалах $\theta_\varphi \in (0,05, 0,08)$, $\phi_\varphi \in (0, 2\pi)$ с количеством слоев $N_3 = 100$. Легко заметить, что поверхности имеют

элемент по (1) с суммированием по поляризациям фотонов [6] и с разложением в ряд по степеням $z - n_1 a_{1z} - n_2 a_{2z} - n_3 a_{3z}$ аргумента волновых функций в каждом слагаемом U с n_1, n_2, n_3 , что позволяет находить сечение при любом значении N_3 , получим сечение тормозного излучения отнесенного к элементу телесного угла волнового вектора и интервалу частоты фотона (используем атомные единицы с масштабом длины $a = \hbar^2 / (m_e e^2)$):

очень сложную угловую осцилляционную структуру, появление которой связано как с интерференцией электронов при их отражении от потенциального барьера внешнего однородного поля, так и с суперпозицией движений электронов в этом и в кулоновом поле рассеивающих центров. Кроме того, вклад в усложнение пространственной структуры сечения и его увеличения вносит сравнительно большое число слоев рассеивающих центров $N_3 = 100=100$, что нетрудно заметить, сравнивая поверхности на рис. 1 и 2. На последнем показана функция $F(\theta_\varphi, \phi_\varphi)$ при $N_3 = 1$. И в этом случае отражение электронов от потенциального барьера и суперпозиция их движений в кулоновых и внешних полях также приводят к пространственной осцилляции функции $F(\theta_\varphi, \phi_\varphi)$, но эта структура значительно проще, чем при $N_3 = 100$.

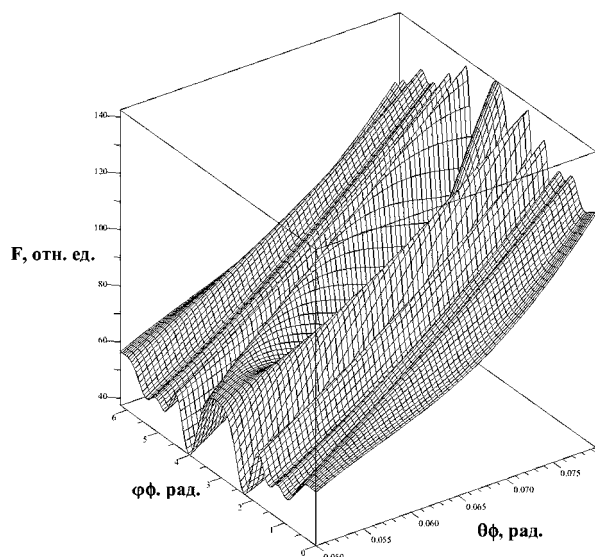


Рис. 1. Поверхность $F(\theta_\phi, \phi_\phi)$ при $N_3 = 100$.

Полученная структура сечения, по-видимому, обусловлена более заметным вкладом в тормозное излучение эффектов суперпозиции движения электронов во внешнем поле и поле рассеивающих центров, что математически проявляется в усложнении второго и третьего слагаемого в (5) при большем числе слоев.

Заключение

В борновском приближении найдены дифференциальные сечения тормозного излучения электронов, проходящих через многослойную упорядоченную структуру кулоновых центров, находящихся во внешнем электрическом поле. Показано, что пространственная структура тормозного излучения имеет по сравнению с малым (порядка десяти) числом слоев более сложный осцилляционный характер, связанный с интерференцией элект-

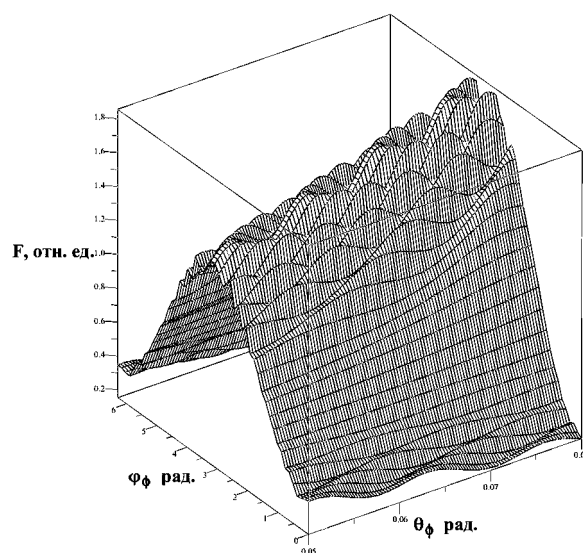


Рис. 2. Поверхность $F(\theta_\phi, \phi_\phi)$ при $N_3 = 1$.

ронов при отражении их от потенциального барьера внешнего однородного поля и суперпозицией их движений в кулоновом и однородном поле.

Литература

1. Крылов В.И. // Прикладная физика. 2007. № 1. С. 28.
2. Крылов В. И., Бондарева Т. В. // Прикладная физика. 2010. № 3. С. 5.
3. Крылов В. И., Бондарева Т. В. // Прикладная физика. 2010. № 5. С. 19.
4. Бондарева Т.В., Крылов В.И. // Прикладная физика. 2011. № 4. С. 52.
5. Крылов В.И. Мизюк М.В. // Инженерная физика. 2013. № 1. С. 28.
6. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. – М.: Физматлит, 2002.

The Bremsstrahlung of nonrelativistic electrons passing through a multilayer system of ordered Coulomb center in an external electric field

V. I. Krylov¹ and V. V. Khomyakov²

¹Tikhookeanskii State University
136 Tikhookeanskaya str., Khabarovsk, 680035, Russia
E-mail: krylov_vladimir@mail.ru

²Far Eastern State University of Humanities
68, Karl Marx str., Khabarovsk, 680000, Russia
E-mail: rozendetr@bk.ru

Received March 11, 2014

In the Born approximation the differential cross sections found the bremsstrahlung of electrons passing through a multilayer system of ordered Coulomb center in an external electric field. It is shown that the spatial structure of the bremsstrahlung is more complex (compared with a small (about ten) number of layers) oscillatory character associated with the interference of electrons at their reflection from a potential barrier uniform external field and the superposition of their movements in the Coulomb and homogeneous field.

PACS: 79.20.Rf

Keywords: Bremsstrahlung, external field, ordered layer of sowing points, interference of electrons, superposition of motions, spatial oscillation.

References

1. V. I. Krylov, *Prikladnaya Fizika*, No. 1, 28 (2007).
2. V. I. Krylov and T. V. Bondareva, *Prikladnaya Fizika*, No. 3, 5 (2010).
3. V. I. Krylov and T. V. Bondareva, *Prikladnaya Fizika*, No. 5, 19 (2010).
4. T. V. Bondareva and V. I. Krylov, *Prikladnaya Fizika*, No. 4, 52 (2011)
5. V. I. Krylov and M. V. Mizyuk, *Inzhenernaya Fizika*, No. 1, 28 (2013)
6. V. E. Berestetskii, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics* (Fizmatlit, Moscow, 2002) [in Russian].