

УДК 621.335

ПРОГРАММА РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ

И. Ш. Белуга, И. М. Соколова
НИИ ПЛАТАН, Фрязино, Россия

Рассчитана осесимметричная электростатическая электронно-оптическая система с плоским термокатодом. Система любой сложности может образовываться проводниками и диэлектриками. Расчет ведется с учетом поля объемного заряда пучка и теплового разброса скоростей электронов, вылетающих с катода. Программа позволяет с хорошей точностью рассчитывать пучки с большим различием размеров поперечного сечения (системы с кроссовером). В заданных сечениях рассчитываются ток пучка с учетом возможного оседания на электродах, радиус пучка и осевая плотность тока. Можно нарисовать на экране дисплея систему вместе с пучком, а также распределение плотности тока на катоде, в ряде поперечных сечений пучка и на экране рассчитываемого прибора. Программа может быть использована при исследовании широкого класса электронных устройств, в частности, для расчета электронно-лучевых приборов. Электростатическое поле системы представляется суммой полей объемного заряда пучка и поверхностных зарядов электродов. Поле объемного заряда рассчитывается интегрированием по объему пучка. Плотность поверхностных зарядов находится методом интегральных уравнений. Затем поле в любой точке может быть рассчитано через поверхностные интегралы. При расчете траекторий электронов потенциал представляется тремя членами разложения по степеням расстояния r от оси, а координаты траектории в любом сечении — полиномами третьей степени от начальных координат и скоростей электронов. Коэффициенты полиномов находятся в результате решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Такой подход позволяет за умеренное время рассчитать большое число траекторий (до нескольких тысяч). Область, непосредственно примыкающая к катоду, представляется набором колец с малым осевым размером (15—30 мкм). Такое кольцо рассматривается как часть плоского диода. Плотность тока с катода и начальные скорости электронов рассчитываются по теории плоского диода с учетом температуры катода и величины тока насыщения. Программа используется на персональных компьютерах.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ВИД РАССЧИТЫВАЕМОЙ СИСТЕМЫ

Рассчитывается осесимметричная электростатическая система. Поле создается системой электродов с заданными потенциалами. Пучок формируется электронами, вылетающими с плоского термокатода. Известны температура катода и плотность тока насыщения.

Нужно рассчитать параметры пучка: ток пучка в различных сечениях с учетом возможного токооседания на электродах; радиус пучка; плотность тока на оси; распределение плотности тока по радиусу в заданном наборе сечений.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Плотность тока на катоде и распределение вылетающих электронов по скоростям рассчитываются на основе теории плоского диода [1, 2]. Катод при этом разбивается на ряд концентрических колец, к каждому из которых применяется эта теория. Аноды соответствующих элементарных диодов помещаются на небольшом расстоянии d от катода (обычно 20—30 мкм). В целом задача решается методом итераций. Потенциал каждого из анодов пересчитывается на каждой итерации, и вслед за этим пересчитываются плотность тока и скорости электронов. По рассчитанным траекториям электронов находится распределение плотности объемного заряда.

На первой итерации расчет ведется без объемного заряда, а на следующих учитывается объемный заряд, найденный на предыдущих итерациях. На каждой итерации рассчитывается поле по заданным потенциалам электродов и по полученному распределению объемного заряда. Другими словами, решается краевая задача для уравнения Пуассона.

МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для решения электростатической задачи применяют, как правило, один из двух методов: конечно-разностный (сеточный) или метод интегральных уравнений для поверхностной плотности зарядов на электродах. В сеточном методе расчет систем с объемным зарядом (уравнение Пуассона) проводится по той же схеме, что и без объемного заряда (уравнение Лапласа). Метод интегральных уравнений существенно отличается: требуется отдельный расчет поля объемного заряда в свободном пространстве (расчет "ньютоновского" потенциала). В нашей программе используется метод интегральных уравнений. Дело в том, что сеточный метод дает невысокую точность расчета напряженности поля. Точность еще ухудшается вблизи оси, т. е. там, где нужна высокая точность расчета.

Расчет поверхностных зарядов на электродах проводится методом, описанным в работе [3]. Отличие состоит в том, что в правых частях интегральных уравнений нужно из потенциала электрода вычесть "ньютоновский" потенциал пучка.

РАСЧЕТ ТЕРМОКАТОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ ПЛОСКОГО ДИОДА

Из теории плоского диода следует, что возможны три режима его работы. При существенно отрицательном потенциале анода потенциал монотонно убывает от катода к аноду. Лишь небольшое число быстрых электронов достигает анода. Мы считаем, что в этом режиме катод просто заперт. При повышении анодного потенциала диод переходит в режим ограничения тока объемным зарядом, когда между катодом и анодом потенциал имеет минимум. Дальнейшее повышение анодного потенциала приводит к перемещению этого минимума к катоду и уменьшению его глубины. Когда этот минимум достигает катода, диод переходит в режим насыщения.

На основе этой теории рассчитывается плотность тока диода. Получены формулы, позволяющие рассчитать заряд внутри диода, действующий на область вне диода.

Для расчета пучка применяется метод, аналогичный методу трубок тока. Однако мы нигде не вводим размер поперечного сечения трубки, считая его малым. Это возможно, так как используется большое число трубок тока (траекторий). Набор траекторий соответствует перебору начальных условий на катоде: радиальной координаты точки вылета, определяемой номером элементарного диода, и трех компонент начальной скорости. Перебор скоростей соответствует интегрированию по пространству скоростей. Он проводится с использованием оптимальных квадратурных формул для весовой функции вида $\exp(-v^2)$.

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ АБЕРРАЦИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

В этом приближении потенциал u представляется трехчленом:

$$u(z, r) = u_0 + u_2 r^2 + u_4 r^4. \quad (1)$$

Здесь r — расстояние от оси системы. Коэффициенты этого полинома u_0 , u_2 , u_4 зависят от продольной координаты z . Об их вычислении сказано ниже.

Прямой расчет большого числа траекторий требует длительного расхода времени. Из уравнений движения можно получить выражения текущих координат через их начальные значения. В приближении аббераций третьего порядка получается представление через полиномы третьей степени (см. приложение). Расчет траекторий через эти полиномы требует сравнительно небольшого времени.

РАСЧЕТ ПУЧКА: ЕГО РАЗМЕРОВ, РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА И ПОЛЯ ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА

Пучок представляется набором траекторий (трубок тока). Расчет пучка начинается с катода, часть которого может быть заперта. В пределах эмитирующей части катода выбираем ряд равноотстоящих по радиусу точек, каждая из которых отвечает за свой элементарный диод. Осевые размеры диодов d выбираем одинаковыми. Смещая катодное кольцо вдоль оси z на расстояние d , получаем анод соответствующего диода. По потенциалу на аноде рассчитываем режим работы данного диода, включая плотность тока с катода.

Изменением поперечных координат электрона при движении внутри диода пренебрегаем. В то же время учитываем изменение осевой скорости за счет разности потенциалов между анодом и минимумом потенциала внутри диода.

Число траекторий, выходящих из одного диода, равно произведению чисел квадратурных узлов для каждой из трех компонент начальной скорости. Произведение трех весовых коэффициентов из этих формул определяет ток, связанный с одной траекторией.

Расчет пучка начинается с плоскости элементарных анодов и заканчивается в заданном сечении. Выбирается множество промежуточных сечений. Для каждого из них заранее вычисляются коэффициенты u_0, u_2, u_4 полинома (1), а также восемь коэффициентов D_i полиномов для расчета поперечных координат электрона и четыре коэффициента A_{ik} (см. приложение).

Перебираются все траектории, которые не "отсеклись" на предыдущих сечениях, и проверяется, нет ли выхода за предписанный радиус на данном сечении.

Дальнейшие действия связаны с переходом от большого числа величин для всех траекторий к усредненным величинам, характеризующим пучок. Плотность тока j представляем полиномом:

$$j(r) = j_0 + j_2 r^2 + j_4 r^4 + j_6 r^6 \quad (0 < r < R)$$

по степеням радиальной координаты r . Величина R определяется из условия охвата 95 % тока. Коэффициенты j_i находятся методом наименьших квадратов.

Разбиваем рассматриваемое сечение на кольца. Плотность объемного заряда ρ определяется плотностью тока j и потенциалом u через отношение $j/(u)^{1/2}$. Найденное распределение плотности используется для двух целей: для расчета "ньютоновского" потенциала на границе электродов (используем алгоритмы, применяемые в методе интегральных уравнений для вычисления поля поверхностных зарядов) и для расчета вклада объемного заряда в величины u_0, u_2, u_4 . Для этого полагаем, что объемный заряд распределен по диску конечной толщины, окружающему рассматриваемое сечение. При этом считаем, что ρ не зависит от осевой координаты z , а зависимость от r имеет вид:

$$\rho(r) = \rho_0 + \rho_2 r^2 + \rho_4 r^4.$$

В этом случае искомый вклад выражается аналитически, а вклад от поверхностных зарядов электродов выражается через осевые производные от интегралов по поверхности электродов.

МЕТОД ИТЕРАЦИЙ

Применение метода итераций (метода последовательных приближений) в нашей программе неизбежно. Ток с катода зависит от объемного заряда, который определяется этим током. Вначале ведем расчет без объемного заряда. В найденном поле рассчитываются траектории, объемный заряд и все связанные с ним величины. Они используются на второй итерации, однако прямое использование этих величин приводит к запираению катода. Поэтому приходится применять "метод релаксации". Для вычислений на последующей итерации используется линейная комбинация величин, полученных на данной и на предыдущей итерации.

ВХОДНЫЕ И ВЫХОДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

К входным величинам относятся:

геометрические параметры системы: размеры и расположение отрезков, ограничивающих электроды в меридиональном сечении, в том числе радиусы кривизны, если имеются дуги окружностей;

диэлектрические проницаемости (если имеются диэлектрики);

потенциалы электродов.

К выходным величинам относятся:

распределение плотности тока по катоду, радиус эмитирующей поверхности;

в заданном наборе сечений — прошедший ток, осевая плотность тока, радиусы по уровню прохождения 95 и 50 % тока;

распределение плотности тока в ряде заданных сечений.

Результаты расчета можно вывести на экран дисплея.

ПРИМЕР РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Приведены результаты расчета системы формирования, предназначенной для кинескопа. Система содержит четыре электрода: катод, модулятор, ускоряющий и фокусирующий электроды. В плоскости катода (в плоскости $z = 0$) потенциал равен нулю, эмитирующий радиус — 0,3 мм, температура катода 1100 К, плотность тока насыщения 10 А/см^2 .

Задан потенциал $U_{\text{ФОК}} = 5000 \text{ В}$. Потенциал ускоряющего электрода найден из условия $U_{\text{ЗАП}} = -120 \text{ В}$. При найденном $U_{\text{УСК}} = 480 \text{ В}$ подобран потенциал модулятора для получения тока с катода, равного 500 мкА. Найдено $U_{\text{МОД}} = -68,65 \text{ В}$.

Осевой размер прикатодных диодов d при расчете, составлял 30 мкм. Расстояние катод — модулятор с учетом теплового расширения катода взято равным 0,1 мм.

На рис. 1 дано меридиональное сечение системы. Две лишние горизонтальные линии соединяют соседние электроды. Линии правее ускоряющего электрода искусственно закрывают пространство правее системы. Пучок представлен на рисунке пятью траекториями, выходящими по нормали к катоду. Они нужны лишь для рисунка. На самом деле в расчете учитывались 2000 траекторий.

На рис. 2 в увеличенном масштабе показана область кроссовера, на рис. 3 — изменение плотности тока по радиусу на катодe (А/см^2), на рис. 4 — распределение плотности тока на оси (все размеры на рисунках в мм). Время расчета системы на компьютере составляло 100 с.

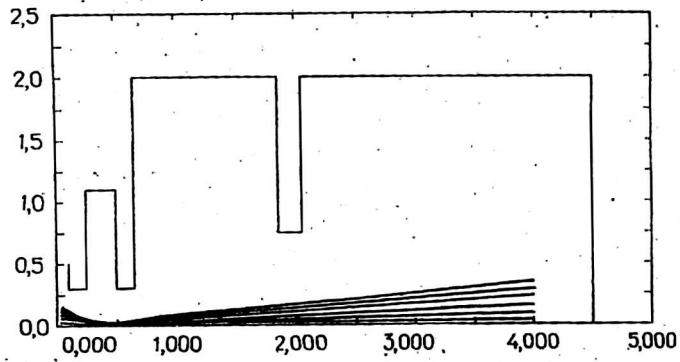


Рис. 1. Система формирования (меридиональное сечение)

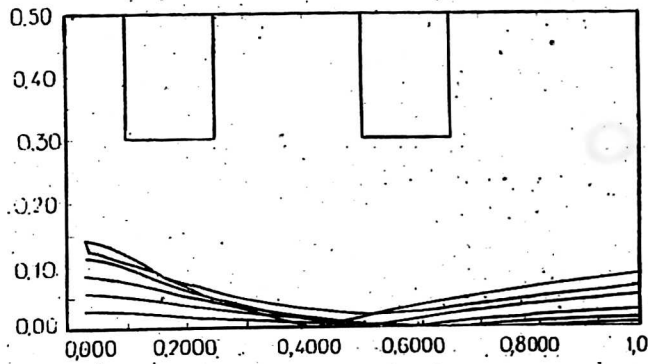


Рис. 2. Укрупненный фрагмент системы

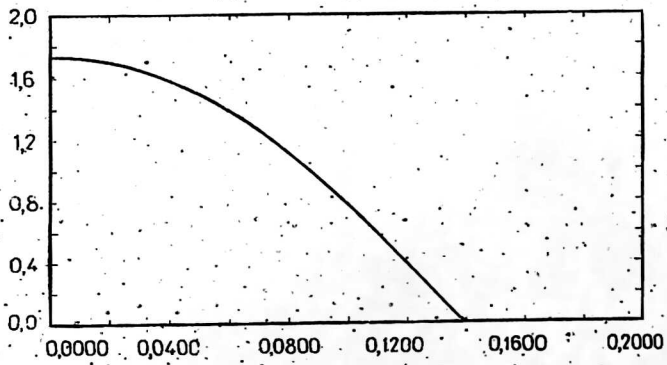


Рис. 3. Распределение плотности тока по катоду

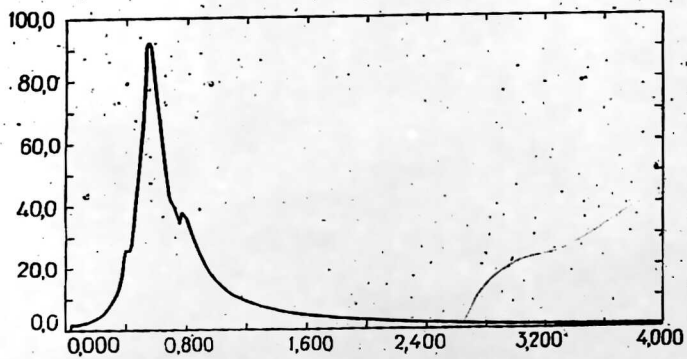


Рис. 4. Распределение плотности тока на оси системы

П Р И Л О Ж Е Н И Е

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ АБЕРРАЦИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Работаем в декартовой системе координат x_1, x_2, x_3 . Третья ось $z = x_3$ совпадает с осью симметрии рассчитываемой системы.

Вводим нормированные компоненты скорости:

$$v_i = (dx_i / dt) / (2e/m)^{1/2} \quad (i = 1, 2, 3).$$

Из уравнений движения электрона в электростатическом поле следует система обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка для поперечных координат и скоростей:

$$\begin{aligned} dx_i / dz &= - (\partial K / \partial v_i), \\ dv_i / dz &= \partial K / \partial x_i, \quad (i = 1, 2), \end{aligned} \tag{П1}$$

где

$$\begin{aligned} K &= \left[u - (v_1^2 + v_2^2) + v_0^2 + v_{30}^2 \right]^{1/2}, \\ v_0^2 &= v_{10}^2 + v_{20}^2; \end{aligned}$$

K — квадрат поперечной скорости в начальной точке;
 u — потенциал в текущей точке.

Полагаем, что поперечные координаты и скорости электрона, а также продольная скорость его в начальной точке — величины малые. Ограничиваясь в функции K членами 4-го порядка малости, получаем:

$$\begin{aligned} K &= u_0^{1/2} \left[1 + r^2 (u_2 / 2u_0) + r^4 \left((u_4 / 2u_0) - (u_2^2 / 8u_0^2) \right) - (v^2 - v_0^2 - v_{30}^2) / 2u_0 - \right. \\ &\quad \left. - (v^2 - v_0^2 - v_{30}^2)^2 / 8u_0^2 + r^2 (v^2 - v_0^2 - v_{30}^2) u_2 / 4u_0^2 \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} r^2 &= x_1^2 + x_2^2, \\ v^2 &= v_1^2 + v_2^2; \end{aligned}$$

u_0, u_2, u_4 — коэффициент трехчленного представления потенциала:

$$u = u_0 + u_2 r^2 + u_4 r^4.$$

Подставляя эти разложения в (П1), получаем:

$$\begin{aligned} dx_i / dz &= u_0^{1/2} v_i \left(1/u_0 - u_2 r^2 / 2u_0^2 + (v^2 - v_0^2 - v_{30}^2) / 2u_0^2 \right); \\ dv_i / dz &= u_0^{1/2} x_i \left[u_2 / u_4 + 2r^2 (u_4 / u_0 - u_2^2 / 4u_0^2) + u_2 (v^2 - v_0^2 - v_{30}^2) / 2u_0^2 \right]. \end{aligned}$$

Ограничиваясь членами 1-го порядка малости, получаем уравнения параксимального приближения:

$$\begin{aligned} dx_i/dz &= v_i/u_0^{1/2}, \\ dv_i/dz &= x_i(u_1/u_0^{1/2}). \end{aligned} \quad (\text{П2})$$

Общее решение этой системы дает линейное приближение задачи в виде

$$\begin{aligned} x_{i\lambda} &= A_{11i} x_{i0} + A_{12i} v_{i0}, \\ v_{i\lambda} &= A_{21i} x_{i0} + A_{22i} v_{i0}, \end{aligned}$$

где x_{i0} , v_{i0} — начальные значения;

две пары функций A_{11i} , A_{21i} и A_{12i} , A_{22i} — решения системы (П2) с начальными значениями 1, 0 и 0, 1 соответственно.

Следующее приближение ищем в виде:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i\lambda} + x_{i\text{нл}}, \\ v_i &= v_{i\lambda} + v_{i\text{нл}}. \end{aligned} \quad (\text{П3})$$

$$\begin{aligned} x_{i\text{нл}} &= D_1 x_{i0} r_0^2 + D_2 x_{i0} v_0^2 - D_3 x_{i0} r_0 v_0 - D_4 v_{i0} r_0^2 - D_5 v_{i0} v_0^2 - \\ &\quad - D_6 v_{i0} r_0 v_0 - D_7 x_{i0} v_{30}^2 - D_8 v_{i0} v_{30}^2; \\ v_{i\text{нл}} &= T_1 x_{i0} r_0^2 + T_2 x_{i0} v_0^2 - T_3 x_{i0} r_0 v_0 - T_4 v_{i0} r_0^2 - T_5 v_{i0} v_0^2 - \\ &\quad + T_6 v_{i0} r_0 v_0 - T_7 x_{i0} v_{30}^2 - T_8 v_{i0} v_{30}^2 - \text{добавки 3-го порядка.} \end{aligned} \quad (\text{П4})$$

Здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} r_0^2 &= x_{10}^2 - x_{20}^2, \\ r_0 v_0 &= x_{10} v_{10} - x_{20} v_{20}. \end{aligned}$$

Подставляя (П3), (П4) в (П2) и группируя члены с одинаковыми комбинациями начальных значений, находим, что функции D и T связаны дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} dD_i/dz - T_i (u_1/u_0^{1/2})^2 &= \alpha_i, \\ dT_i/dz - D_i (u_1/u_0^{1/2})^2 &= \beta_i, \quad (i = 1, \dots, 8). \end{aligned} \quad (\text{П5})$$

Функции D и T имеют нулевые начальные значения в точке $z = z_{\text{нл}}$. Система уравнений (П5) неоднородная. Ее решения выражаются через фундаментальные решения A_{ik} однородной системы и правые части (П5) в виде:

$$\begin{aligned} D_i &= A_{11i}(z) P(z) - A_{12i}(z) Q(z); \\ T_i &= A_{21i}(z) P(z) - A_{22i}(z) Q(z), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} P(z) &= \int_{z_{\text{нл}}}^z [A_{12i}(t) \alpha_i(t) - A_{11i}(t) \beta_i(t)] dt, \\ Q(z) &= \int_{z_{\text{нл}}}^z [A_{22i}(t) \beta_i(t) - A_{21i}(t) \alpha_i(t)] dt. \end{aligned}$$

При выводе соотношений этого раздела использован подход, аналогичный подходу, изложенному в работе [4].

Выражения для функций α_i , β_i приведены ниже.

$$\begin{aligned}
 B_0 &= 1 / 2u_0^{3/2}; \\
 B_1 &= (A_{21}^2 - A_{11}^2 u_2) B_0; \\
 B_2 &= (A_{22}^2 - A_{12}^2 u_2 - 1) B_0; \\
 B_3 &= (A_{21} A_{22} - A_{11} A_{12} u_2) B_0; \\
 B_4 &= u_4 / u_0 - u_2^2 / 4u_0^2; \\
 B_5 &= u_2 / 2u_0^2. \\
 \alpha_1 &= A_{21} B_1; \quad \alpha_2 = A_{21} B_2; \quad \alpha_3 = 2 A_{21} B_3; \\
 \alpha_4 &= A_{22} B_1; \quad \alpha_5 = A_{22} B_2; \quad \alpha_6 = 2 A_{22} B_3; \\
 \alpha_7 &= -A_{21} B_0; \quad \alpha_8 = -A_{22} B_0. \\
 \beta_1 &= A_{11} u_0^{1/2} (2A_{11}^2 B_4 + A_{12}^2 B_5); \\
 \beta_2 &= A_{11} u_0^{1/2} (2A_{12}^2 B_4 + (A_{22}^2 - 1) B_5); \\
 \beta_3 &= A_{11} u_0^{1/2} (4 A_{11} A_{12} B_4 + 2 A_{21} A_{22} B_5); \\
 \beta_4 &= (A_{12} / A_{11}) \beta_1; \\
 \beta_5 &= (A_{12} / A_{11}) \beta_2; \\
 \beta_6 &= (A_{12} / A_{11}) \beta_3; \\
 \beta_7 &= -A_{11} u_2 B_0; \\
 \beta_8 &= -A_{12} u_2 B_0.
 \end{aligned}$$

Л и т е р а т у р а

1. Криштейн П., Кайно Г., Уотерс У. Формирование электронных пучков. — М.: Мир, 1970.
2. Клейнер Э. Ю. Основы теории электронных ламп. — М.: Высш. шк., 1974.
3. Белуга И. Ш. Программа решения осесимметричной краевой задачи для уравнения Лапласа // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1983. Вып. 2, (350). С. 74, 75.
4. Титов А. А. Разработка метода машинного проектирования электронно-лучевых приборов с помощью ЭВМ/Дисс. ... канд. техн. наук. — Л.: ГНТБ, 1975.

A PROGRAM FOR THE CALCULATION OF AN ELECTRON-OPTIC SYSTEM TAKING INTO ACCOUNT INITIAL VELOCITIES OF ELECTRONS

I. Sh. Beluga, I. M. Sokolova
PLATAN RI, Fryazno, Russia

An electrostatic electron-optic system with a plane thermocathode is calculated. The system of any complexity may contain metallic and dielectric details. A space charge of the electron beam and variations of initial velocities of thermoelectrons are

taken into account. Beams with great variations of cross-section radii (beams with a crossover) may be calculated with a sufficient precision. A beam current, beam radius and current density on the axis are calculated. A beam cutting on electrodes is taken into account. The configuration of the system and of the beam and also distributions of the current density on the cathode and in some cross-sections of the beam may be drawn on the display screen. The program may be used for the investigation the wide class of the electron devices, specially for electron-beam tubes. The electrostatic field is represented by the sum of beam space charge field and the field of surface charges on electrodes. The space charge field is calculated by integration in the beam space. The surface charge density is calculated by the method of integral equations. Then the field in every point of space may be calculated by surface integrals. The field distribution used in calculating of electron trajectories is represented by three terms in power series expansion of a distance r from the axis. Co-ordinates of electron trajectories are represented in any cross-section by three order polynomials of initial co-ordinates and velocities of electrons. Coefficients of these polynomials are calculated as a decision of Cauchy problem for a system of ordinary differential equations. This permits to calculate many (some thousands) trajectories in a limited time. The space near the cathode is represented by some rings of a small axial thickness (15–30 microns). Such a ring is considered as a part of a plane diode. The theory of a plane diode permits to calculate cathode current density taking into account the cathode temperature and the current density of saturation. The program is exploited on personal computers.